

Titre: Analyse mécanique par éléments finis du système actif-passif de la
Title: colonne lombaire humaine

Auteur: Saïd Sadouk
Author:

Date: 1998

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Sadouk, S. (1998). Analyse mécanique par éléments finis du système actif-passif
Citation: de la colonne lombaire humaine [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/6920/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/6920/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:**
Advisors:

Programme: Non spécifié
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ANALYSE MÉCANIQUE PAR ÉLÉMENTS FINIS
DU SYSTÈME ACTIF-PASSIF
DE LA COLONNE LOMBAIRE HUMAINE

SAID SADOUK
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MÉCANIQUE)
OCTOBRE 1998

© Saïd Sadouk, 1998.



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file *Votre référence*

Our file *Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-38705-4

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ANALYSE MÉCANIQUE PAR ÉLÉMENTS FINIS
DU SYSTÈME ACTIF-PASSIF
DE LA COLONNE LOMBAIRE HUMAINE

Présenté par : SADOUK Saïd

En vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

A été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. VINET Robert, D.Sc.A., président

M. SHIRAZI-ADL Aboulfazl, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. MATHIEU Pierre A., D.Sc.A., membre

DÉDICACE

Je tiens à remercier tous mes proches et amis qui, par leurs encouragements, m'ont apporté l'énergie et la force nécessaires à l'accomplissement de ce travail. Une pensée particulière ira bien sûr à mes parents qui n'ont eu de cesse de m'apporter leur soutien ô combien nécessaire. En leur dédiant cet humble présent, je voudrais leur exprimer mes pensées les plus affectueuses et les plus sincères en reconnaissance de leur dévouement et de leur générosité.

REMERCIEMENTS

Le présent travail a été effectué conjointement à la section mécanique appliquée du Département de génie mécanique et à l'Institut de génie biomédical de l'École Polytechnique de Montréal.

Je voudrais exprimer ici ma reconnaissance et ma gratitude à mon directeur de recherche, M. Aboulfazl Shirazi-Adl, pour son soutien financier continu et pour l'effort qu'il a consenti dans l'encadrement de ce travail. J'exprime également mes remerciements à M. Mohamad Parnianpour, professeur à The Ohio State University, qui a porté un intérêt particulier à ce travail et qui a aidé à sa réalisation par de nombreux commentaires et suggestions.

Je tiens à adresser mes remerciements à M. Robert Vinet, professeur dans la section design du Département de génie mécanique de l'École Polytechnique de Montréal, qui est à l'origine de mon goût pour l'optimisation des systèmes mécaniques et qui me fait l'honneur de présider le jury de ma présentation de mémoire. Je suis également reconnaissant à M. Pierre-A. Mathieu, professeur à l'Institut de génie biomédical de l'Université de Montréal, qui apporte ses connaissances en physiologie musculaire à l'évaluation de ce travail. Je tiens à le remercier d'avoir accepté de faire partie de mon jury.

Je suis aussi reconnaissant à Mohamed Zoubir Bendjaballah, professeur à The King Saud University et ancien étudiant du professeur Shirazi-Adl, de m'avoir invité à me joindre à l'équipe de biomécanique dirigée par le professeur Shirazi-Adl. Je voudrais, d'autre part, exprimer ma sympathie à toutes les personnes de la section mécanique appliquée et du groupe de recherche en biomécanique et biomatériaux (GRBB). Les conseils et les recommandations de mes « aînés » m'ont été d'une grande utilité. Je tiens à les en remercier vivement. Je souhaite enfin une bonne continuation pour ceux qui auront bientôt à connaître la joie d'un travail accompli.

RÉSUMÉ

Les maux de dos constituent la majeure partie des troubles musculo-squelettiques liés au travail. Une grande partie de la population active est affectée par ces malaises et les coûts d'indemnisation de travail s'élèvent à plusieurs milliards de dollars par année, ce qui suscite un grand intérêt pour la recherche dans le but de mieux connaître les causes et de développer de nouvelles méthodes de prévention ainsi que de traitement plus efficaces.

Les études anatomiques et de la physiologie du corps humain ont permis d'identifier les éléments contribuant aux activités de la colonne vertébrale par un système passif, constitué de vertèbres, disques intervertébraux et ligaments, un système actif, constitué de l'ensemble des muscles jouant le rôle moteur dans la colonne vertébrale, et un système nerveux central de contrôle. D'autre part, la revue de la littérature dans le domaine de la biomécanique de la colonne vertébrale permet d'avoir une vue d'ensemble des travaux effectués sur plusieurs aspects de modélisation afin de mieux comprendre la synergie de ce système actif-passif. Les changements de la lordose et de la rotation pelvienne ont été observés comme des moyens adaptatifs de la colonne vertébrale dans les activités physiologiques.

L'intérêt actuel pour l'étude des maux de dos dans le milieu de travail montre clairement le besoin de résultats simulant des conditions réelles de charges et de postures, incluant les systèmes actif et passif, afin de mieux analyser les risques associés aux travaux de manutention. Nous nous intéressons dans cette étude à la synergie du système actif-passif de la colonne lombaire pour le support d'une charge totale de compression de 2800 N en

position quasi neutre. Notre objectif se porte d'abord sur le développement du concept de la posture optimale qui traduit la capacité d'adaptation géométrique de la colonne lombaire pour le support optimal des gros chargements. Nous évaluons par la suite les forces développées par le système actif pour maintenir l'équilibre du corps humain.

Le moyen utilisé pour atteindre nos objectifs est basé sur le développement d'un modèle éléments finis simple, de type poutres, mais capable de prédire les réponses du système passif de la colonne lombaire humaine sous l'effet des différents chargements dépassant le domaine du comportement linéaire. À cet effet, une calibration du modèle simplifié est effectuée par rapport aux réponses aux gros chargements du modèle 3D détaillé de la colonne lombaire développé par Shirazi-Adl (1994). L'intérêt du modèle simplifié réside dans la capacité de tester avec efficacité les effets de la posture, des charges extérieures et des forces musculaires sur le comportement du système actif-passif de la colonne lombaire humaine.

Le concept de la posture optimale est développé afin de mettre en évidence le potentiel que présente chacun des systèmes actif et passif dans le support de charges en position quasi neutre. À cet effet, la minimisation des moments sagittaux nécessaires pour maintenir l'équilibre du corps humain est appliquée en tenant compte du modèle anatomique des muscles.

L'originalité de ce travail réside dans la conception d'un algorithme d'évaluation des forces musculaires pour le cas des gros chargements supportés par la colonne lombaire humaine et en tenant compte des conditions de la posture optimale. Cet algorithme est

basé sur une approche combinant les deux méthodes d'éléments finis et d'optimisation afin de prédire l'équilibre du système actif-passif tout en respectant les critères de performance selon lesquels les 46 muscles considérés peuvent être activés. La méthode hybride forces/déplacements des éléments finis est utilisée afin d'assurer la compatibilité entre les charges appliquées et les rotations inter-segmentales induites dans la posture optimale.

Les résultats obtenus montrent la dépendance entre l'optimisation de la posture et l'anatomie musculaire prise en compte; par conséquent, l'évaluation raisonnable des forces musculaires doit passer par un choix judicieux de l'architecture du système actif. L'effet observé du changement de la lordose lombaire et notamment de la rotation du pelvis sur la réduction des moments d'équilibre vient s'ajouter aux résultats obtenus par de nombreux auteurs (Shirazi-Adl et Parnianpour, 1996; Kiefer et al., 1997). Un changement de la lordose lombaire de 20° en flexion et une rotation postérieure du pelvis nous ont permis de réduire d'une façon significative la somme des valeurs absolues des moments sagittaux nécessaires à l'équilibre de la colonne lombaire de 54,5 N.m à 1,5 N.m. Par conséquent, une faible activité musculaire est suffisante pour l'équilibre du corps en position quasi neutre. En effet, Parnianpour et al. (1994) ont observé une activité musculaire négligeable en position quasi neutre chez des sujets avec et sans charges supérieures à 445 N portées par les mains. Ce résultat est observé pour les 4 fonctions objectifs testés dans cette étude pour l'évaluation des forces musculaires : a) la minimisation de la somme des forces musculaires, b) la minimisation de la somme des

contraintes musculaires, c) la minimisation de la somme des contraintes musculaires élevées à la puissance cubique et d) la minimisation de la somme des valeurs absolues des forces de cisaillement sur l'ensemble des disques intervertébraux. Parmi ces fonctions objectifs, celle exprimée par la somme des contraintes musculaires de compression élevées à la puissance cubique est recommandée dans la littérature du fait qu'elle s'approche le plus des valeurs de l'activité musculaire mesurées expérimentalement par EMG (Hughes et al., 1994). Les résultats obtenus par cette fonction montrent l'activation de la majorité des muscles sur chaque niveau lombaire ce qui rejoint l'interprétation de minimiser la fatigue musculaire (Han et al., 1991) et de maximiser l'endurance du système actif (van Dieën, 1997). Quant aux autres fonctions objectifs (a, b et d), elles fournissent des résultants permettant d'activer un seul muscle sur chaque niveau.

Les résultats montrent le rôle important de la variation de la lordose lombaire en flexion et de l'horizontalisation du pelvis dans la diminution de l'activité musculaire nécessaire pour l'équilibre en postures quasi neutres. Ces résultats peuvent jouer un rôle dans la description des exercices thérapeutiques et de réadaptation pour la prévention et le traitement des maux de dos ainsi que pour les traitements post-chirurgicaux relatifs au fonctionnement de la colonne vertébrale.

ABSTRACT

Work related musculoskeletal disorders (WMSD) have been identified as one of the leading work-related injuries. Low-back injuries constitute a substantial portion of WMSD and affect the population at large resulting annually in billions of dollars in direct workers compensation costs. The heavy burden of the low-back injuries on the society has motivated the search to understand the parameters affecting low-back injuries and to develop new methods for prevention as well as treatment of associated disorders.

The anatomical and physiological studies have demonstrated the relative contribution of the passive system (vertebrae, intervertebral discs and ligaments), the active system (group of muscles to transfer forces to the vertebral column) and the central nervous system in the operation of the trunk during various tasks. Previous studies have attempted to investigate biomechanics of the lumbar spine accounting for the active and passive systems. During the daily occupational and recreational activities, the adaptive changes in the lumbar lordosis and pelvic rotation have been observed.

The response of the lumbar spine under large compression loads and sagittal flexion rotations similar to those experienced in occupational industrial lifting tasks remains yet unclear. Studies on the response of the entire lumbar spine in compression should inevitably be coupled with the consideration of the lumbar lordosis and pelvic rotation. The objectives of this work are, hence, set as follows:

- Study of the synergy of active-passive lumbar spine under an axial compression load of 2800 N in quasi-neutral position.
- Development of an optimal posture accounting for the adaptive capacity of the vertebral column in order to withstand the large compression loads of 2800 N in quasi-neutral position.
- Evaluation of muscular forces in the active system in order to maintain the equilibrium of the human body in such optimal posture.

To perform this study, a simplified finite element model, using deformable beam and rigid elements, is developed to model the nonlinear behavior of the passive system of the human lumbar spine. This is done to preserve both the accuracy in predictions and the cost-efficiency in subsequent analyze. The nonlinear properties of the beam elements are determined based on the computed response under large loads of a 3D detailed model developed by Shirazi-Adl (1994).

The concept of optimal posture is subsequently exploited to examine the potential of the active and passive systems to sustain the load in the quasi-neutral position. For this purpose, the sagittal moments required to equilibrate the posture subjected to an axial compression load of 2800 N are minimized and the corresponding changes in the posture and pelvic rotation are determined.

The originality of this work is to develop the muscle force evaluation algorithm considering the optimal posture configuration. This algorithm is based on the hybrid optimization-finite element approach to predict the equilibrium of active-passive system by taking into account a muscle architecture with 46 muscles. The hybrid finite element force-displacement method is used to ensure the compatibility between the applied loads and inter-segmental rotations obtained for the optimal posture.

The observation of the effect of variation in lordosis and pelvic rotation in reducing the required moments for equilibrium are in agreement with others (Shirazi-Adl and Parnianpour, 1996; Kiefer et al., 1997). In fact, a lordosis flattening of 20° reduces significantly the sum of the sagittal moments required for the equilibrium of the lumbar spine from 54,5 N.m to 1,5 N.m. Parnianpour et al. (1994) observed negligible muscle activities to maintain the equilibrium of the human body in quasi-neutral position with or without loads up to 445N in hands. The current work is carried out using four different cost functions: a) sum of muscle forces, b) sum of muscle stresses, c) sum of cubed muscle stresses and d) sum of the absolute values of disc shear forces for the whole lumbar spine. Among these functions, the formulation with the sum of cubed muscle stresses has been reported to predict the EMG data more accurately (Hughes et al., 1994). The results obtained by this objective function show the activation in almost all muscles in each level of the lumbar spine in agreement with its interpretation to minimize the muscle fatigue (Han et al., 1991) and to maximize the active system endurance (van

Dieën, 1997). The other 3 objective functions (i.e. a, b and d) provide the results in which only one muscle is activated per each lumbar level.

The results demonstrate the significant role of flattening of the lumbar lordosis and posterior pelvic tilt in diminishing the lumbar muscular activities required for equilibrium in neutral postures. These findings may have bearing in the design of rehabilitation exercises and therapeutic operations for treatment of low-back disorders.

DÉDICACE	iv
REMERCIEMENTS.....	v
RÉSUMÉ	vi
ABSTRACT.....	x
TABLE DES MATIÈRES	xiv
LISTE DES FIGURES	xvii
LISTE DES TABLEAUX.....	xxv
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	xxviii
LISTE DES ANNEXES	xxxii
CHAPITRE I : INTRODUCTION.....	1
1.1 AVANT PROPOS	1
1.2 ANATOMIE FONCTIONNELLE	2
1.2.1 Anatomie du système passif de la colonne vertébrale humaine	4
1.2.2 Anatomie du système actif de la colonne vertébrale humaine.....	6
1.3 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.....	9
1.3.1 Études in vitro	11
1.3.2 Études in vivo	13
1.3.3 Modélisation du système actif-passif de la colonne lombaire humaine	15
1.3.3.1 Modélisation par éléments finis de la colonne lombaire humaine.....	15
1.3.3.2 Effet du changement de la lordose lombaire sur le comportement mécanique de la colonne vertébrale	18
1.3.3.3 Évaluation des forces musculaires	21
1.3.3.3.1 Modèles basés sur la réduction du nombre d'inconnues	22
1.3.3.3.2 Modèles basés sur l'optimisation.....	22
1.3.3.3.3 Modèles basés sur les mesures EMG.....	25
1.3.3.3.4 Modèles basés sur la cinématique.....	26
1.4 BUT DE LA PRÉSENTE ÉTUDE.....	28
1.5 PLAN DU MÉMOIRE	29

CHAPITRE II : MÉTHODES	32
2.1 DÉVELOPPEMENT D'UN MODÈLE ÉLÉMENTS FINIS DU SYSTÈME PASSIF DE LA COLONNE LOMBAIRE HUMAINE.....	32
2.1.1 Définition de la géométrie du modèle.....	32
2.1.2 Comportement mécanique non-linéaire de la colonne lombaire	35
2.1.2.1 Comportement mécanique d'un segment fonctionnel élémentaire de la colonne lombaire	36
2.1.2.2 Du segment élémentaire à la colonne lombaire	42
2.2 MODÈLE ANATOMIQUE DES MUSCLES LOCAUX	45
2.3 POSTURE OPTIMALE DE LA COLONNE LOMBAIRE POUR SUPPORTER UNE GROSSE CHARGE DE COMPRESSION EN POSITION QUASI-NEUTRE	49
2.3.1 Optimisation de la posture supportant une charge totale de 2800 N	52
2.3.2 Modèle analytique décrivant la rigidité en rotation de la colonne lombaire passive dans le plan sagittal	55
2.3.3 Évaluation des critères de performance des postures	58
2.4 ÉVALUATION DES FORCES MUSCULAIRES : UNE APPROCHE COMBINÉE OPTIMISATION-MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS	59
2.4.1 Schéma de l'algorithme	60
2.4.2 Protocoles d'optimisation des forces musculaires	62
2.4.3 Exemple d'application	65
CHAPITRE III : RÉSULTATS	79
3.1 VALIDATION DU MODÈLE SIMPLIFIÉ DE LA COLONNE LOMBAIRE PASSIVE	79
3.1.1 Cas de moments purs	79
3.1.2 Cas de l'élévation d'une charge de 2800 N en position de flexion (Lifting)...	82
3.2 VALIDATION DU MODÈLE ANALYTIQUE DE LA RIGIDITÉ EN ROTATION SAGITTALE DE LA COLONNE LOMBAIRE	83

3.3 CONDITIONS GÉOMÉTRIQUES DE LA POSTURE «OPTIMALE»	85
3.3 ÉVALUATION DES FORCES MUSCULAIRES EN POSITION QUASI-NEUTRE DE LA COLONNE LOMBAIRE.....	89
 CHAPITRE IV : DISCUSSIONS	112
4.1 MODÈLE ÉLÉMENTS FINIS DU SYSTÈME PASSIF	112
4.2 OPTIMISATION DE LA POSTURE.....	116
4.3 SYSTÈME ACTIF ET FORCES MUSCULAIRES	118
 CONCLUSION.....	122
 RÉFÉRENCES	125
 ANNEXES	138

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Géométrie du modèle éléments finis détaillé de la colonne lombaire développé par Shirazi-Adl (1994).....	66
Figure 2.2	Géométrie simplifiée de la colonne lombaire humaine considérée pour le développement du modèle de type poutres	67
Figure 2.3	Réponse du segment fonctionnel L2-L3 en compression	68
Figure 2.4	Réponse du segment fonctionnel L2-L3 en flexion/extension	68
Figure 2.5	Réponse du segment fonctionnel L2-L3 en flexion latérale	69
Figure 2.6	Réponse du segment fonctionnel L2-L3 en torsion	69
Figure 2.7	Point d'application des charges combinées sur le segment L2-L3	70
Figure 2.8	Valeurs de la rotation en flexion produites par les deux modèles pour le cas 1 de charges combinées	71
Figure 2.9	Valeurs du déplacement horizontal produites par les deux modèles pour le cas 1 de charges combinées	71
Figure 2.10	Valeurs des rotations produites par les deux modèles pour le cas 2 de charges combinées	72
Figure 2.11	Valeurs du déplacement horizontal produites par les deux modèles pour le cas 2 de charges combinées	72

Figure 2.12	Vue sagittale de l'architecture des muscles locaux adoptée dans cette étude. D'après les travaux de Kiefer et al. (1998), Bogduk et al. (1992) et Reid et al. (1994).....	73
Figure 2.13	Vue latérale de l'architecture des muscles locaux adoptée dans cette étude. D'après les travaux de Kiefer et al. (1998), Bogduk et al. (1992) et Reid et al. (1994).....	74
Figure 2.14	Corps humain supportant une charge totale de 2800 N en position droite symétrique	75
Figure 2.15	Distribution de la charge totale de 2800 N sur la colonne lombaire en position non déformée.....	76
Figure 2.16	Schéma de la méthodologie utilisée pour la détermination de la posture optimale pour supporter la charge totale de 2800 N	77
Figure 2.17	Schéma de l'algorithme d'évaluation des forces musculaires	78
Figure 3.1	Moments purs appliqués sur la colonne lombaire humaine avec pelvis fixe	80
Figure 3.2	Rotations inter-segmentales dues à l'application des moments purs de 10 N.m dans 5 directions. Réponse du modèle détaillé (Shirazi-Adl, 1994)	96
Figure 3.3	Rotations inter-segmentales dues à l'application des moments purs de 10 N.m dans 5 directions. Réponse du modèle simplifié (type poutres) ...	96

Figure 3.4	Rotations totales de la vertèbre L1 dues à l'application des moments purs de 10 N.m dans 5 directions. Réponse du modèle détaillé (Shirazi-Adl, 1994)	97
Figure 3.5	Rotations totales de la vertèbre L1 dues à l'application des moments purs de 10 N.m dans 5 directions. Réponse du modèle simplifié (type poutres)	97
Figure 3.6	Déplacements de la vertèbre L1 dus à l'application des moments purs de 10 N.m dans 5 directions. Réponse du modèle détaillé (Shirazi-Adl, 1994)	98
Figure 3.7	Déplacements de la vertèbre L1 dus à l'application des moments purs de 10 N.m dans 5 directions. Réponse du modèle simplifié (type poutres)	98
Figure 3.8	Déplacement horizontal de chaque vertèbre de la colonne lombaire sous l'effet de l'élévation de la charge de 2800 N	99
Figure 3.9	Déplacement axial de chaque vertèbre de la colonne lombaire sous l'effet de l'élévation de la charge de 2800 N	99
Figure 3.10	Moments requis pour l'équilibre de la colonne lombaire supportant une charge de 2800 N distribuée sur les centroïdes des vertèbres en flexion	100
Figure 3.11	Moments sagittaux requis à chaque niveau de la colonne lombaire pour l'équilibre du corps humain supportant une charge totale de 2800 N en position neutre	101

Figure 3.12	Moments sagittaux requis sur les niveaux L1 à L5 pour l'équilibre de chaque posture.....	101
Figure 3.13	Géométrie déformée de la posture optimale sous l'effet de la charge totale de 2800 N. Changement de la lordose lombaire par rapport à la géométrie non déformée.....	102
Figure 3.14	Muscles actifs dans le cas de l'application des fonctions objectifs $f_{MUS_1}=f_{MUS_2}$ pour le calcul des forces musculaires contribuant à l'équilibre de la posture optimale de la colonne lombaire supportant la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre. Vue sagittale.....	103
Figure 3.15	Muscles actifs dans le cas de l'application des fonctions objectifs f_{MUS_3} pour le calcul des forces musculaires contribuant à l'équilibre de la posture optimale de la colonne lombaire supportant la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre. Vue sagittale	104
Figure 3.16	Muscles actifs dans le cas de l'application des fonctions objectifs f_{MUS_4} pour le calcul des forces musculaires contribuant à l'équilibre de la posture optimale de la colonne lombaire supportant la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre. Vue sagittale	105
Figure 3.17	Valeurs des forces musculaires sur chaque niveau lombaire en fonction des différents critères de performance considérés pour le support de la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre	106

Figure 3.18	Valeurs des contraintes musculaires sur chaque niveau lombaire en fonction des différents critères de performance considérés pour le support de la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre	107
Figure 3.19	Forces axiales appliquées sur chaque segment de la colonne lombaire pour la charge totale de 2800 N supportée par le corps en position quasi-neutre. Représentation dans le repère global de la colonne lombaire	108
Figure 3.20	Forces horizontales appliquées par les muscles sur chaque segment de la colonne lombaire pour la charge totale de 2800 N supportée par le corps en position quasi-neutre. Représentation dans le repère global de la colonne lombaire	109
Figure 3.21	Contribution de chaque disque intervertébral au support des charges de compression pour l'élévation de la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre de la colonne lombaire. Représentation dans les repères locaux des disques intervertébraux	110
Figure 3.22	Contribution de chaque disque intervertébral au support des forces de cisaillement pour l'élévation de la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre de la colonne lombaire. Représentation dans les repères locaux des disques intervertébraux	111
Figure A1.1	La colonne vertébrale humaine (vertèbres et disques) (d'après Sobotta, 1990)	139
Figure A1.2	Coupe médiane du tronc squelettique montrant le côté intérieur gauche (d'après Sobotta, 1990)	140

Figure A1.3	Identification des sens des mouvements de la colonne vertébrale par rapport au corps humain.....	141
Figure A1.4	Situation de la partie lombaire dans la colonne vertébrale humaine. Identification des vertèbres respectivement par rapport à leurs positions (d'après Bogduk et Twomey, 1987).....	142
Figure A1.5	Transfert de charge durant la flexion sagittale de la colonne lombaire (d'après Bogduk et Twomey, 1987)	143
Figure A1.6	Angles utilisés pour décrire la colonne lombaire (d'après Bogduk et Twomey, 1987)	144
Figure A1.7	Changement de la lordose lombaire durant la flexion (d'après Bogduk et Twomey, 1987)	145
Figure A1.8	Vertèbre lombaire typique (d'après Bogduk et Twomey, 1987)	146
Figure A1.9	Mécanisme de transfert de charge par les facettes des vertèbres (d'après Bogduk et Twomey, 1987)	147
Figure A1.10	Structure du disque intervertébral (d'après Bogduk et Twomey, 1987)	148
Figure A1.11	Ligaments de la colonne lombaire humaine - Section sagittale de la colonne lombaire (d'après Bogduk et Twomey, 1987)	149

Figure A1.12	Segment fonctionnel de la colonne lombaire humaine. Mécanismes d'articulation et de contact entre les facettes (d'après Bogduk et Twomey, 1987)	150
Figure A1.13	Architectures des muscles globaux intérieures (d'après Dumas et al., 1991)	151
Figure A1.14	Architecture des muscles iliocostalis lumborum pars lumborum (IC) attachés à la colonne lombaire humaine (d'après Bogduk et Twomey, 1987)	152
Figure A1.15	Architecture des muscles iliopsoas (IP) attachés à la colonne lombaire humaine (d'après Bogduk et al., 1992)	153
Figure A1.16	Architecture des muscles longissimus thoracic pars lumborum (LT) attachés à la colonne lombaire humaine (d'après Bogduk et Twomey, 1987)	154
Figure A1.17	Architecture des muscles multifidus (MF) attachés à la colonne lombaire humaine. (d'après Bogduk et Twomey, 1987)	155
Figure A1.18	Architecture des muscles quadratus lumborum (QL) attachés à la colonne lombaire humaine (d'après Dumas et al., 1991)	156
Figure A2.1	Variations des moments à chaque niveau de la colonne lombaire sous la charge totale de 2800 N pour une rotation sagittale de la vertèbre L1 ($-5^{\circ} \leq \theta \leq 5^{\circ}$)	158

Figure A2.2	Variations des moments à chaque niveau de la colonne lombaire sous la charge totale de 2800 N pour une rotation sagittale de la vertèbre L2 ($-5^{\circ} \leq \theta \leq 5^{\circ}$)	159
Figure A2.3	Variations des moments à chaque niveau de la colonne lombaire sous la charge totale de 2800 N pour une rotation sagittale de la vertèbre L3 ($-5^{\circ} \leq \theta \leq 5^{\circ}$)	160
Figure A2.4	Variations des moments à chaque niveau de la colonne lombaire sous la charge totale de 2800 N pour une rotation sagittale de la vertèbre L4 ($-5^{\circ} \leq \theta \leq 5^{\circ}$)	161
Figure A2.5	Variations des moments à chaque niveau de la colonne lombaire sous la charge totale de 2800 N pour une rotation sagittale de la vertèbre L5 ($-5^{\circ} \leq \theta \leq 5^{\circ}$)	162
Figure A2.6	Variations des moments à chaque niveau de la colonne lombaire sous la charge totale de 2800 N pour une rotation sagittale du sacrum ($-5^{\circ} \leq \theta \leq 5^{\circ}$)	163

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Coordonnées des centres de vertèbres considérés comme éléments rigides dans le modèle simplifié	34
Tableau 2.2	Coordonnées des nœuds des éléments poutres correspondant aux disques inter-vertébraux	35
Tableau 2.3	Géométrie effective du disque L2-L3 introduite dans le modèle simplifié.....	37
Tableau 2.4	Comportement non-linéaire du segment L2-L3 (Shirazi-Adl, 1998).....	38
Tableau 2.5	Cas de charge 1 appliqué sur le segment L2-L3.....	40
Tableau 2.6	Cas de charge 2 appliqué sur le segment L2-L3.....	41
Tableau 2.7	Relations entre les propriétés des sections droites en compression/cisaillement des poutres du modèle simplifié	44
Tableau 2.8	Relations entre les propriétés des sections droites en flexion/torsion des poutres du modèle simplifié	44
Tableau 2.9	Coordonnées d'insertion et d'origine des muscles exprimées dans le repère global	47
Tableau 2.10	Cosinus directeurs (l , m , n) et longueurs (L) des muscles. (A) : Aires des sections droites des muscles.....	48

Tableau 2.11	Distribution et localisation de la charge totale de 2800 N supportée par la colonne lombaire passive	51
Tableau 3.1	Convention de signes adoptée pour les moments et les rotations dans l'espace du corps humain	81
Tableau 3.2	Rotations inter-segmentales pour minimiser individuellement les moments sur chaque niveau L1 à S1	84
Tableau 3.3	Solution optimale par l'utilisation de la fonction f_{POSTURE_1} pour la détermination de la posture optimale supportant la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre.....	87
Tableau 3.4	Solution optimale par l'utilisation de la fonction f_{POSTURE_2} pour la détermination de la posture optimale supportant la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre.....	87
Tableau 3.5	Solutions optimales de postures pour les différentes valeurs de m par l'utilisation de la fonction f_{POSTURE_3} . La charge supportée par le corps humain est de 2800 N en position quasi-neutre.....	88
Tableau 3.6	Muscles activés et valeurs des forces et contraintes musculaires pour le cas des deux fonctions objectifs f_{MUS_1} et f_{MUS_2}	94
Tableau 3.7	Muscles activés et valeurs des forces et contraintes musculaires pour le ca de la fonction objectif f_{MUS_3}	94

Tableau 3.8	Muscles activés et valeurs des forces et contraintes musculaires pour le cas de la fonction objectif f_{MUS_4}	94
Tableau 3.9	Tableau comparatif entre les valeurs des forces musculaires obtenues par les quatre fonctions objectifs par rapport aux performances exprimées par la somme des contraintes musculaires, la somme des contraintes musculaires élevées à la puissance 3 et la somme des cisaillements dans tous les disques lombaires	95
Tableau 4.1	Comparaison des résultats de rotations inter-segmentales entre la présente étude et les valeurs obtenues par Shirazi-Adl (1994), Panjabi et al. (1989) et Yamamoto et al. (1989) pour le cas des moments de 10 N.m appliqués suivant les directions principales de mouvement	115
Tableau 4.2	Comparaison des résultats de la rotation totale de la vertèbre L1 entre la présente étude et les travaux de Shirazi-Adl (1994), Panjabi et al. (1989) et Yamamoto et al. (1989) pour le cas des moments de 10 N.m appliqués suivant les directions principales de mouvement	116

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

ANATOMIE :

C1 à C7 :	Vertèbres de la partie cervicale de la colonne vertébrale humaine
L1 à L5 :	Vertèbres de la partie lombaire de la colonne vertébrale humaine
T1 à T12 :	Vertèbres de la partie thoracique de la colonne vertébrale humaine
S1 à S4 :	Vertèbres du sacrum de la colonne vertébrale humaine
IC :	Muscle Iliocostalis lumborum pars lumborum
IP :	Muscle Iliopsoas
LT :	Muscle Longissimus thoracic pars lumborum
MF :	Muscle Multifidus
QL :	Muscle Quadratus Lumborum
ALL :	Ligament intérieur longitudinal
PLL :	Ligament postérieur longitudinal
SSL :	Supraspinous ligament
ISL :	Interspinous ligament
LF :	Ligamentum flavum

GÉOMÉTRIE :

X ou x :	Direction sagittale
Y ou y :	Direction latérale
Z ou z :	Direction axiale
l :	Cosinus directeur dans la direction sagittale
m :	Cosinus directeur dans la direction latérale
n :	Cosinus directeur dans la direction axiale
L :	Longueur d'un disque intervertébral
A :	Aire de la section droite d'un disque intervertébral
I :	Moment d'inertie en flexion d'un disque intervertébral
α :	Rapport des aires de section entre deux disques intervertébraux

β :	Rapport de moments d'inertie entre deux disques intervertébraux
J :	Moment polaire de torsion d'un disque intervertébral
A_{mus} :	Aire de la section droite d'un muscle

COMPORTEMENT :

E :	Module d'élasticité de Young
G :	Module d'élasticité en cisaillement
k :	Coefficient de rigidité en cisaillement dans les poutres de Timoshenko
$G_A k$:	Module de rigidité en cisaillement (Timoshenko)
$K_{\alpha\beta}$ ou $k_{\alpha\beta}$:	Éléments de la matrice de rigidité en rotation sagittale de la colonne lombaire humaine
F :	Force
F_{mus} :	Force musculaire
F_x :	Force de pénalité musculaire dans la direction horizontale
F_z :	Force de pénalité musculaire dans la direction axiale
ΔF_x :	Force non balancée dans l'équilibre de la direction horizontale
ΔF_z :	Force non balancée dans l'équilibre de la direction axiale
ΔF :	Force non balancée dans le plan sagittal (xz)
V_i :	Force de cisaillement au niveau d'un disque inter-vertébral
M ou M_y :	Moment sagittal (flexion ou extension)
M_{L1} à M_{L5} :	Moments sagittaux appliqués sur les niveaux lombaires L1 à L5
M_{S1} :	Moment sagittal appliqué sur le sacrum
M_0 :	Moment sagittal en posture neutre
M_x :	Moment de flexion latéral
M_z :	Moment de torsion
m :	Valeur du moment sagittal imposé identiquement sur tous les niveaux lombaires
S :	Limite de la contrainte de tension admissible par le tissu musculaire
σ_{mus} :	Contrainte musculaire

U_x :	Déplacement horizontal
U_y :	Déplacement latéral
U_z :	Déplacement axial
ε_z :	Déformation axiale
θ ou θ_y :	Rotation sagittale
θ_{L1} à θ_{L5} :	Rotations sagittales des niveaux lombaires L1 à L5
θ_{S1} :	Rotation sagittale du sacrum
θ_{IS} :	Rotation inter-segmentale sagittale
θ_T :	Rotation totale sagittale
θ_x :	Rotation latérale inter-segmentale
θ_z :	Rotation axiale inter-segmentale
$1/\rho$:	Courbure d'une poutre dans le plan ($1/\rho=\theta/L$)

OPTIMISATION :

$f_{POSTURE_1}$ à $f_{POSTURE_3}$:	Fonctions objectifs relatives aux critères de performances de la posture
f_{MUS_1} à f_{MUS_4} :	Fonctions objectifs pour l'évaluation des forces musculaires
$g(x)$:	Contrainte d'égalité ou de non-égalité
$X(i)$:	i^e variable d'optimisation
f :	Fonction objectif
\min :	Minimisation

CRITÈRES NUMÉRIQUES :

ε_F :	Critère d'arrêt sur les forces non balancées dans les équations d'équilibre dans le plan sagittal
ε_M :	Critère d'arrêt sur la minimisation des moments sagittaux

ABRÉVIATIONS :

EF :	Éléments finis
SQP :	Sequential Quadratic Programming
MD :	Modèle détaillé (Shirazi-Adl)
MP :	Modèle poutres
IDP :	Inter Discal Pressure
IAP :	Inter Abdominal Pressure
WMSD :	Work related MusculoSkeletal Disorders
EMG :	Électromyographie

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE I :	ANATOMIE DU SYSTÈME ACTIF-PASSIF DE LA COLONNE LOMBAIRE HUMAINE : RECUEIL DE FIGURES.....	138
ANNEXE II :	FIGURES AYANT SERVI POUR LA DÉTERMINATION DU MODÈLE ANALYTIQUE DE LA RIGIDITÉ EN ROTATION SAGITTALE DE LA COLONNE LOMBAIRE.....	157
ANNEXE III :	EXEMPLES DE FICHIER DE DONNÉES ABAQUS DU MODÈLE PASSIF DE LA COLONNE LOMBAIRE.....	164
ANNEXE IV :	EXEMPLES DE FICHIERS RÉSULTATS PAR L'UTILISATION DU PROGRAMME D'OPTIMISATION MATLAB/SQP	172

CHAPITRE I

INTRODUCTION¹

1.1 AVANT PROPOS

La colonne vertébrale humaine est exposée quotidiennement à des chargements combinés, statiques et dynamiques, à court et à long terme, selon le type d'activités et d'exercices effectués. Cependant, lors de l'exécution de certaines tâches en milieu de travail, le processus de transfert de charge s'opère parfois à la limite des capacités mécaniques des tissus biologiques et est, par conséquent, à l'origine de divers traumatismes et blessures qui, en plus des douleurs et des malaises qu'ils engendrent, causent d'énormes troubles de fonctionnement et limitent par le fait même la performance physique de la colonne vertébrale. Les maux de dos constituent la majeure partie des troubles musculo-squelettiques liés au travail. Une grande partie de la population active est affectée par ces malaises et les coûts d'indemnisation de travail s'élèvent à plusieurs milliards de dollars par année. De nombreuses études épidémiologiques ont classé les maux de dos en tête des maladies des personnes âgées de moins de 45 ans. Le nombre de personnes touchées par ces maux a été multiplié par 14

¹ Les figures de ce chapitre se trouvent à l'annexe I.

entre 1971 et 1981. En 1991, *Statistique Canada* a rapporté que 27 % des cas d'indemnisation étaient dus aux maux de dos. Des données provenant d'un assureur aux États-Unis indiquent que les maux de dos représentent 16 % des cas d'indemnisation et 33 % de la totalité des coûts médicaux. Ces statistiques révélatrices ont suscité un grand intérêt, et plusieurs projets d'études et de recherche ont été mis sur pied dans le but de mieux connaître les causes de ces maux et de développer de nouvelles méthodes de traitement plus efficaces. C'est ainsi que plusieurs chercheurs se sont orientés vers ce domaine très vaste et pluridisciplinaire. Les notions de la mécanique des corps déformables ont été associées aux notions d'anatomie pour évaluer le rôle de la colonne vertébrale et du système musculaire dans le maintien de la stabilité du corps humain. L'utilité d'une telle matière s'est rapidement imposée pour faire partie de la nouvelle discipline appelée « Biomécanique ».

1.2 ANATOMIE FONCTIONNELLE

La colonne vertébrale humaine demeure l'objet de recherches intensives dans le domaine biomédical. Le rôle central de cette structure dans la concordance de la majorité des mouvements du corps humain fait l'objet de plusieurs constatations. Depuis plusieurs générations, un grand nombre de scientifiques ont essayé de comprendre la synergie d'un système aussi complexe. En effet, la colonne vertébrale réunit pour son fonctionnement plusieurs systèmes et organes biologiques. L'anatomie du système squelettique de la colonne vertébrale, bien que complexe, est connue depuis longtemps. Ce système a été subdivisé en trois grandes parties (figures A1.1 et A1.2) : la partie cervicale, la partie

thoracique et la partie lombaire. Toutes ces parties sont composées de la superposition de vertèbres osseuses intercalées par des disques biologiques déformables offrant la mobilité et la souplesse requises pour la majorité des tâches quotidiennes du corps humain. Cette mobilité est obtenue par le biais des articulations situées entre les vertèbres. L'ensemble de ces articulations, tout le long de la colonne vertébrale, est souvent considéré comme une transmission biologique comparable à un convertisseur de couple (Gracovetsky, 1988). Dans cette analogie mécanique, les ligaments jouent le rôle de liaisons pour la transmission cinématique et les facettes de contact entre les vertèbres servent à limiter l'articulation. Le système composé de vertèbres, disques et ligaments est souvent appelé « système passif », tandis que les muscles jouent le rôle d'organes moteurs ou de freins dans la colonne vertébrale, d'où le nom de « système actif » donné à l'ensemble des muscles contribuant à cet effet. Aujourd'hui, les principaux muscles agissant sur la colonne vertébrale sont assez bien connus et de plus en plus incorporés dans les analyses biomécaniques. Cependant, les points d'insertion de certains muscles varient d'une étude à l'autre. Les muscles ont été classés, selon leurs points d'insertion, en deux groupes : le système local comprenant les muscles directement liés à la partie lombaire, et le système global dont les muscles sont attachés à la partie thoracique.

En plus des nombreux mouvements auxquels elle est parfaitement adaptée, la colonne vertébrale présente une fonction importante de protection de la corde centrale nerveuse. Cette corde est logée dans le canal traversant l'espace entre les corps des vertèbres et leurs parties postérieures, reliant ainsi la tête au bassin (figure A1.2).

L'étude des mouvements de la colonne vertébrale humaine est à la base de plusieurs recherches effectuées dans le domaine de la biomécanique. Cela a donné naissance à un vocabulaire, devenu universel, et qui fait référence aux directions sagittale, latérale et axiale du corps humain (figure A1.3). Les mouvements de flexion de la colonne dans les sens intérieur et postérieur sont respectivement appelés mouvement de flexion et mouvement d'extension; quant aux mouvements de flexion dans les deux sens latéraux droit et gauche, ils sont appelés flexion latérale à droite et flexion latérale à gauche. Le mouvement de rotation axiale à droite ou à gauche est défini comme la rotation des membres supérieures du corps par rapport aux membres inférieures autour de la direction axiale.

1.2.1 Anatomie du système passif de la colonne vertébrale humaine

La partie cervicale de la colonne vertébrale est constituée de sept vertèbres identifiées par C1 à C7 selon leur ordre de placement à partir de la tête (figure A1.1). Cette partie possède une très grande mobilité offrant à la tête un pouvoir d'ajustement multidirectionnel afin d'assurer son rôle de contrôle. La partie thoracique est composée de douze vertèbres identifiées par T1 à T12, T1 étant située dans la partie supérieure et T12 dans la partie inférieure; ces vertèbres ont une géométrie particulière due à leurs connexion aux côtes de la cage thoracique. Certains modèles mécaniques considèrent la cage thoracique comme une partie rigide reliant les parties lombaire et cervicale; de part sa forme, elle protège les organes vitaux du corps humain (figure A1.2). En dessous de la partie thoraciques, cinq vertèbres identifiées par L1 à L5 constituent la partie lombaire

(figure A1.4). Cette partie est celle qui supporte le plus de charge de compression et de flexion, elle est aussi à l'origine des mouvements importants de la partie supérieure du corps (figure A1.5). Les vertèbres de la partie lombaire sont caractérisées par des facettes plus volumineuses afin d'assurer le transfert de charges importantes. Les chercheurs intéressés par la biomécanique de la colonne lombaire ont définis certains angles permettant de quantifier le mouvement total de la colonne lombaire (figures A1.6 et A1.7) dont, celui caractérisant sa courbure sagittale, appelée aussi « lordose lombaire ». En effet, la lordose lombaire représente l'information caractéristique des rotations des vertèbres lombaires. Il s'est avéré que le changement de la lordose lombaire pourrait fournir des renseignements importants sur l'évaluation des performances de la posture pour le support de charges.

Chaque partie constituant le système passif de la colonne vertébrale possède une forme géométriques et des propriétés compatibles avec sa fonction. La vertèbre est une structure osseuse avec une géométrie à peu près symétrique (figure A1.8); la partie cylindrique de la vertèbre (appelée aussi corps de la vertèbre) est limitée par deux plateaux à surfaces poreuses servant à accueillir les disques; quant à la structure postérieure, elle est composée de plusieurs parties qui s'articulent entre elles pour transférer les charges et limiter les mouvements inter-segmentaux (figure A1.9). Le corps de la vertèbre est lié aux parties postérieurs par les pédicules. Les parties postérieures de la vertèbre sont identifiées par : les apophyses transverses, l'apophyse épineuse, les lames, les apophyses d'articulation supérieurs, les apophyses d'articulation inférieurs, les facettes

d'articulation supérieures, les facettes d'articulation inférieures, les apophyses mamillaires et les apophyses accessoires. Les études biomécaniques considèrent, d'une façon générale, que la vertèbre est un corps rigide non déformable et représentée par le mouvement de son centroïde. Le disque intervertébral, quant à lui, possède une forme cylindrique simple mais contient des composantes beaucoup plus complexes. Il est constitué d'un anneau composé de lamelles renforcées par des fibres de collagène orientées dans différentes directions, et le noyau prenant place à l'intérieur de l'anneau est rempli de fluide incompressible (figure A1.10). Cette structure complexe et non homogène a fait l'objet de plusieurs modélisations mécaniques faisant appel aux notions avancées de matériaux composites et de milieux poroélastiques. Le disque intervertébral, en plus de sa déformabilité, a aussi la capacité d'absorber les chocs dynamiques que le corps humain peut subir. La liaison entre les vertèbres est renforcée par les ligaments connectés sur les surfaces des vertèbres (figure A1.11), et qui sont caractérisés par une très grande rigidité due à leur composition en fibres de collagène. L'ensemble formé de deux vertèbres voisines, le disque intervertébral et les ligaments, est appelé le segment fonctionnel de la colonne vertébrale (figure A1.12). L'étude de la biomécanique du segment fonctionnel a été à la base de plusieurs études s'intéressant au comportement du système passif de la colonne vertébrale.

1.2.2 Anatomie du système actif de la colonne vertébrale humaine

Les muscles du système global sont liés à la cage thoracique et, par conséquent, assurent le contrôle et la stabilité du tronc humain. Du côté intérieur des vertèbres, le système

global est constitué des muscles suivants : rectus abdominis, obliquus externus, obliquus internus et transversus abdominis (figure A1.13). Ces muscles prennent leurs origines au niveau du pelvis. Les points d'insertion des muscles rectus abdominis sont situés sur les 8^e côtes à droite et à gauche de la cage thoracique. Les trois autres muscles globaux constituent le mur abdominal. Du côté postérieur des vertèbres, les muscles globaux sont identifiés par les muscles erector spinae pars thoracic insérés entre les 12^e côtes (à droite et à gauche) et le pelvis, et le système appelé erector spinae formé par les muscles iliocostalis lumborum global, longissimus thoracic global et spinalis thoracic. Ces derniers sont situés entre le pelvis et les parties postérieures des vertèbres et ils sont parallèles à la colonne vertébrale.

Les muscles locaux sont tous attachés aux vertèbres de la colonne lombaire; par conséquent, ils possèdent le contrôle du mouvement de la colonne lombaire. Ils sont représentés par l'iliocostalis lumborum pars lumborum (IC), l'iliopsoas (IP), le longissimus thoracic pars lumborum (LT), le multifidus (MF) et le quadratus lumborum (QL). Tous ces muscles prennent les origines au niveau du pelvis et du côté postérieur des vertèbres, à l'exception des muscles iliopsoas dont l'origine est située du côté intérieur.

Les muscles locaux iliocostalis sont au nombre de quatre et sont situés sur chaque côté latéral (figure A1.14), ils sont insérés sur les vertèbres L1 à L4. La plupart des travaux d'anatomie ne font pas mention de l'existence de ce muscle au niveau de la vertèbre L5;

ceci est dû au fait que ce muscle, qui existe durant les premières années de la vie, se transforme, après la troisième décennie, en ligament (Bogduk et Twomey, 1987).

Les muscles iliopsoas, au nombre de 10, sont insérés sur chaque vertèbre (figure A1.15), quant à leurs points d'origine, ils sont situés sur le pelvis mais du côté intérieur des vertèbres. Malgré l'orientation intérieure des muscles iliopsoas, ceux attachés aux trois premières vertèbres supérieures L1, L2 et L3 sont insérés du côté postérieur, ils contribuent alors au mouvement d'extension de la colonne lombaire. Les autres muscles iliopsoas sont insérés sur le côté intérieur des vertèbres L4 et L5, offrant ainsi un contrôle en flexion de la colonne lombaire. Du côté latéral, les points d'insertion de ces muscles offrent la possibilité d'exercer d'importants moments de flexion latérale.

Les muscles longissimus sont disposés parallèlement aux muscles iliocostalis, mais leurs bras de levier sont moins importants dans le plan latéral (figure A1.16). Aussi, ces muscles sont attachés à toutes les vertèbres de la colonne lombaire. Leurs fonctions diffèrent d'un segment à l'autre à cause de leurs différentes orientations dans le plan sagittal. Leurs contributions à la production des rotations sagittales sont moins importantes que celles des muscles multifidus.

Les multifidus sont les muscles postérieurs les plus gros. Leurs lignes d'action peuvent être représentées par deux composantes : une composante verticale importante et une composante horizontale plus petite. La composante horizontale contribue à stabiliser la

rotation des vertèbres. Quant à la composante verticale, elle contribue d'une manière considérable au mouvement d'extension de la colonne lombaire; cette contribution est due, d'autre part, aux bras de leviers importants dont ces muscles disposent du côté postérieur des vertèbres (figure A1.17).

Enfin, les muscles quadratus lumborum sont au nombre de huit, situés du côté postérieur et attachés aux quatre vertèbres supérieures (figure A1.18).

1.3 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Plusieurs directions ont été suivies dans le domaine de la biomécanique de la colonne vertébrale humaine. Les premières études ont quantifié les niveaux admissibles de forces que peut supporter le système passif de la colonne vertébrale. Des paramètres biomécaniques importants ont alors été définis à cet effet (pression inter-discale, pression abdominale, forces de contact entre les vertèbres, déformations admissibles des composants du système passif, forces et moments transmis, etc.). D'autres études faites sur les tissus biologiques ont permis l'intégration du système actif, représenté par les muscles, dans l'analyse de l'activité musculaire durant des exercices impliquant la coordination de mouvements assurée par la colonne vertébrale. Enfin, dans un objectif de traitement des maux de dos et des blessures des tissus biologiques, d'autres études se sont intéressées au fonctionnement de la colonne vertébrale en cas de blessures, de dégénérescence, de fatigue et du mauvais fonctionnement des muscles, ligaments et disques.

Plusieurs techniques ont souvent été utilisées afin d'analyser le fonctionnement biomécanique de la colonne vertébrale. Ces techniques sont de nature expérimentale (radiologie, électromyographie (EMG), radiologie, etc.) ou théorique (éléments finis, optimisation, etc.); parfois, des techniques avancées de scanner, de traitement d'images et de CAO sont aussi nécessaires.

On retrouve dans la littérature une multitude de travaux de recherche se rapportant à la biomécanique de la colonne vertébrale humaine et touchant plusieurs aspects, notamment :

- Le fonctionnement : dans le but de comprendre la biomécanique de la colonne vertébrale par une compréhension du rôle et du comportement mécanique de chacune des composantes, des mouvements principaux et couplés des vertèbres adjacentes, ainsi que du processus de transfert de charge des différentes composantes.

- La prévention : prédire les chargements, les postures et les types d'activités qui peuvent être nocifs à court ou à long terme pour la colonne vertébrale, en se basant sur une bonne connaissance des propriétés mécaniques des tissus biologiques présents.

- Le diagnostic : évaluer les cas de blessures des muscles et des disques intervertébraux, la dégénérescence des ligaments ainsi que le cas de déformation de la posture impliquant un mauvais fonctionnement de l'ensemble de ces éléments.

- Le traitement : prescrire des techniques de réadaptation et des traitements en physiothérapie pour certains cas pathologiques, afin d'assurer un retour graduel vers

l'intégrité articulaire, et faire l'étude, dans le cas extrême, de prothèses au complet qui demeurent l'unique solution dans le cas de dégénérescences avancées comme le cas de la fixation des vertèbres suites à la fusion d'un disque.

Dans la présente revue bibliographique, on citera et commentera, s'il y a lieu, les études qui se sont intéressées aux systèmes actif et passif de la colonne lombaire humaine. En particulier, les principaux modèles expérimentaux, analytiques et d'éléments finis qui nous ont permis d'obtenir des résultats seront expliqués.

1.3.1 Études in vitro

Les études expérimentales in vitro ont permis de mesurer les paramètres biomécaniques tel que la pression inter-discale (IDP), les rotations inter-segmentales, les forces de contact au niveau des facettes et les déformations des ligaments. Ces études ont aussi fourni des résultats fondamentaux sur les propriétés mécaniques des matériaux du système passif par l'observation des réponses des segments fonctionnels ainsi que de toute la colonne lombaire sous l'effet des chargements simples et combinés. Ce type d'études présente cependant plusieurs limitations dues principalement aux difficultés liées à la simulation des chargements physiologiques incluant l'activité musculaire.

Le comportement mécanique de la colonne lombaire a été le sujet des travaux effectués par Panjabi et al. (1989) ainsi que par Yamamoto et al. (1989); les rotations inter-segmentales ont été mesurées dans les 3 directions pour tous les segments de la colonne

lominaire lorsque soumis à des moments sagittaux, latéraux et axiaux. Récemment, l'étude effectuée par Panjabi et al. (1994) a permis de comparer leurs résultats in vitro sur le comportement mécanique de la colonne lominaire aux autres études in vitro (Schlutz et al., 1979; Tencer et al., 1982; Goel et al., 1985; Miller et al., 1986) ainsi qu'aux mesures in vivo (Pearcy et Tibrewal, 1984; Plamondon et al., 1988; Mimura, 1990).

D'autres mesures in vitro ont permis d'étudier le contact au niveau des facettes des vertèbres (Panjabi et al., 1984; Goel et al., 1986; Albumi et al., 1990). Aussi, l'étude de l'effet de la pression inter-discale sur le comportement mécanique de la colonne lominaire a été étudié par Seroussi et al. (1987) qui ont utilisé les techniques de mesures par radiologie afin de comparer les déformations dans les disques intervertébraux lombaires sains et dénoyautés. Le rôle joué par chacun des ligaments de la colonne lominaire a été l'objet des travaux effectuée par Tkaczuk (1968) et Hukins et al. (1990).

D'autres études in vitro se sont intéressé à l'effet des muscles sur la réponse de la colonne lominaire aux différents chargements. En effet, El-Bohy et al. (1989) ont simulé les muscles en utilisant une paire de cordes attachées à la colonne vertébrale. Ils ont constaté que les pressions aux niveaux des facettes augmentent avec les forces appliquées par les cordes afin de générer les moments d'équilibre. Wilke et al. (1994) ont étudié les effets des principaux muscles sur la déformation et la pression inter-discale d'un segment lominaire. Cinq forces de 80 N chacune, simulant les effets des muscles, ont été générées individuellement ou combinées par un système pneumatique. Les paramètres

biomécaniques mesurés montrent que les tensions dans les muscles diminuent le champ des déplacements de la colonne vertébrale mais augmentent les pressions inter-discales. Panjabi et al. (1989) ont simulé les forces musculaires agissant sur chaque vertèbre d'un système cadavérique de la colonne lombaire. Ils ont étudié les effets des forces musculaires sur les déplacements ainsi que sur la zone neutre de la colonne lombaire dans le cas des spécimens sains et blessés. Ainsi, ils ont conclu que les forces musculaires ont un rôle considérable dans la stabilité de la colonne vertébrale.

1.3.2 Études in vivo

Les mesures directes in vivo des paramètres biomécaniques, tels que les contraintes et les déformations dans la colonne vertébrale humaine, sont limitées par le code de la déontologie médicale ainsi que par d'autres considérations d'ordre pratique. Par conséquent, les études in vivo ont fourni moins d'informations que les études in vitro. La majorité des études in vivo ont principalement porté sur la mesure de la pression inter-discale (IDP), la pression inter-abdominale (IAP), l'évaluation des paramètres cinématiques et de la rigidité de la colonne vertébrale et des muscles ainsi que la mesure par EMG de l'activité musculaire durant les tâches statiques et dynamiques du tronc.

Nachemson et Morris (1964) ont été les premiers à avoir mesuré la pression inter-discale dans la colonne lombaire humaine pour plusieurs postures supportant des poids. Porter (1986) et Aspden (1987) ont étudié, eux aussi, l'action combinée de la pression inter-abdominale et de la posture de la colonne lombaire durant les tâches d'élévation de poids.

D'autres études ont utilisé les moyens de radiologie et de contrôle de mouvement pour arriver aux valeurs limites des rotations inter-segmentales dans les différents niveaux de la colonne lombaire. À cet effet, Pearcy et Tibrewal (1984) ainsi que Hayes et al. (1989) ont mesuré les limites de rotation inter-segmentales pour les cas des mouvements de la flexion/extension et de la torsion. Il a été observé que les limites des rotations inter-segmentales en torsion sont légèrement plus importantes aux niveaux inférieurs de la colonne lombaire (L3-L4 et L4-L5). D'après Pearcy et Tibrewal (1984), la flexion latérale du système actif-passif de la colonne lombaire peut engendrer des rotations de l'ordre de 10° aux niveaux supérieurs, tandis qu'elle est de l'ordre de 6° et 3° respectivement aux niveaux L4-L5 et L5-S1. Ces rotations sont, en général, plus importantes dans le cas de la colonne lombaire passive ce qui justifie encore de faire recours à l'intégration du système actif dans les études de la biomécanique de la colonne vertébrale. D'autres études *in vivo* ont montré que la mobilité de la colonne vertébrale est réduite pour des sujets ayant déjà souffert de maux de dos (Burton et Tilloston, 1989; Dovrak et al., 1991).

Les mesures expérimentales par EMG ont permis d'étudier l'activité musculaire. Ainsi, pour une posture droite en position debout et sans chargement physiologique, l'activité principale est observée dans les muscles multifidus sur chaque niveau lombaire alors qu'une faible activité est observée dans les muscles iliocostalis et quadratus lumborum (Anderson et al., 1996; McGill et al., 1996). Les mesures EMG viennent confirmer les

prévisions des calculs numériques relatives aux muscles psoas major qui ne produit pas d'activité importante en position neutre (Bogduk et al., 1991; Parnianpour et al. 1994).

1.3.3 Modélisation du système actif-passif de la colonne lombaire humaine

Au cours des deux dernières décennies, des études basées sur des modélisations mathématiques de la colonne vertébrale humaine ont vu le jour grâce aux progrès enregistrés dans les domaines de l'analyse numérique et des techniques de programmation.

1.3.3.1 Modélisations par éléments finis de la colonne lombaire humaine

La méthode des éléments finis a été utilisée au départ dans les applications de biomécanique pour l'analyse des cas de blessures du cou et des traumatismes crâniens (Liu et al., 1973). L'utilité d'une telle technique pour l'étude de la colonne vertébrale s'est rapidement imposée. Aujourd'hui, on distingue principalement deux types de modèles : l'un basé sur des approches phénoménologiques (cas du modèle de type poutres) et l'autre basé sur des approches anatomiques (cas du modèle détaillé).

Des modèles simples de poutres, avec et sans cage thoracique, ont été utilisés pour l'étude de la réponse de la colonne vertébrale aux charges statiques et impulsives. L'effet des muscles n'a pas été considéré dans toutes ces études. Des analyses ont surtout été réalisées dans le domaine de l'ergonomie et pour estimer les charges liées à l'éjection des pilotes d'avion. Roberts et Chen (1970) ont été les premiers à avoir étudié la

biomécanique de la colonne thoraco-lombaire avec cage thoracique en utilisant un modèle éléments finis de type poutres. Ils ont testé leurs modèles pour plusieurs cas de charges. Andriacchi et al. (1974) ont généré un modèle similaire afin d'étudier le thorax. Les vertèbres ainsi que toutes les parties osseuses ont été modélisées comme des corps rigides, et les disques, ligaments et cartilage comme des éléments déformables. Ils ont trouvé que la cage thoracique joue un rôle important dans la réponse de la colonne vertébrale aux différentes charges. Des modèles éléments finis de type poutres et tenant compte de l'effet des muscles ont aussi fait l'objet de plusieurs études. Takashima et al. (1979) ont développé un modèle éléments finis pour modéliser le système actif-passif de la colonne vertébrale. Dans leur modèle, la colonne thoraco-lombaire a été modélisée par des éléments poutres, les ligaments par des éléments ressorts et le système actif a été représenté par 8 muscles sur chaque côté de la colonne. Ce modèle a permis d'appliquer la méthode des déplacements des éléments finis afin de calculer les forces musculaires nécessaires à l'équilibre sans avoir recours à utiliser les modèles d'optimisation. Pour cela, l'approche est basée sur les travaux de Belytschko et al. (1973) et de que Schultz et al. (1973) qui consistent à calculer les déplacements et les rotations de chaque vertèbre sous l'effet des charges de gravité, de poids extérieurs ainsi que de l'activité musculaire. Le modèle développé par Takashima (1979) a été utilisé par Nussbaum et Chaffin (1996) afin de fournir les déplacements et les rotations des différents vertèbres sous l'effet de l'élévation de charges; à cet effet, la technique de mesure des déplacements de marqueurs de surfaces a été utilisée.

Dietrich et al. (1990) ont évoqué la question de l'architecture du système actif et de la stabilité de la colonne musculo-squelettique. Les muscles ont été modélisés de manière à générer des actions actives et passives sur la colonne vertébrale. Les auteurs ont proposé que la cause de la scoliose était la perte de stabilité de la colonne vertébrale due à une opération incorrecte dans le système musculaire. Selon eux, cette opération incorrecte se produit lorsque certains muscles deviennent plus faibles que les autres. Cependant, en utilisant le modèle de la colonne vertébrale thoraco-lombaire, Stokes et al. (1991) ont trouvé que la déformation scoliotique ne pouvait pas être expliquée en termes des forces appliquées sur la colonne vertébrale. Ils ont suggéré que l'augmentation de l'asymétrie des vertèbres et de la cage thoracique étaient la cause de la scoliose.

Des modèles d'éléments finis, dans lesquels chaque composante est représentée individuellement, sont utilisés afin de prédire les contraintes et les déformations dans toute la colonne vertébrale. Ces modèles ont évolué du 2D à propriétés isotropiques jusqu'au 3D à géométries réelles et à propriétés anisotropiques en se servant des notions avancées de matériaux composites (Shirazi-Adl et al., 1984 et 1989). Ces modèles ont par la suite été utilisés pour modéliser le disque intervertébral et les plateaux des vertèbres en matériau poroélastique (Simon et al., 1985; Laibel et al., 1993). D'autres modèles ont servi pour étudier l'effet de dégénérescence des disques, ligaments et facettes sur le comportement mécanique de la colonne lombaire, (Goel et al., 1989; Shirazi-Adl et al., 1992).

Toutes ces études détaillées étaient cependant axées sur le comportement mécanique de la colonne vertébrale passive. Kong et al. (1995) ont prédit les contraintes et déformations dans les composantes de la colonne vertébrale en tenant compte des muscles s'y rattachant. À cet effet, cinq cas d'élévation de charge en statique ont été examinés et une approche combinée basée sur l'optimisation et les éléments finis a été développée pour l'évaluation des forces musculaires. Le besoin d'inclure les muscles s'est avéré nécessaire pour des prédictions proches de la réalité.

1.3.3.2 Effets du changement de la lordose lombaire sur le comportement mécanique de la colonne vertébrale

Durant les activités quotidiennes du corps humain, le comportement mécanique de la colonne vertébrale est continuellement influencé par les changements de la courbure sagittale de la partie lombaire. En effet, la lordose lombaire influence la distribution des charges extérieures et de la gravité sur les composantes passives et actives de la colonne lombaire. Gracovetsky (1988) ainsi que Parnianpour et al. (1994) ont rapporté que, dans le cas de l'être humain en position debout, la lordose lombaire change en fonction de l'augmentation des charges extérieures portées par les mains. D'autres part, la flexion de la colonne lombaire est observée chez les cas souffrant de maux de dos par comparaison aux cas sains par les techniques de microgravité (Kroemer et al., 1994), d'élévation de poids (Vanneuille et al., 1992), en position couchée (Reuben et al., 1979) ainsi que par la comparaison entre les cas souffrant des maux de dos et les cas sains par l'utilisation de la radiographie (Jackson et McManus, 1994). Le rôle compensatoire de la lordose

lombaire a aussi été observé chez les personnes portant des chaussures à talons hauts (Bendix et al., 1984 et Opila et al., 1988) et chez les personnes utilisant des chaises inclinées (Bendix et Biering-Sorensen, 1983). Par ailleurs, Cholewicki et McGill (1992) ont observé que les travailleurs habitués à lever des objets lourds effectuent leurs tâches avec moins de flexion lombaire.

Parmi les travaux réalisés sur l'effet de la posture, Kiefer et al. (1997); Parnianpour et al. (1994) et Shirazi-Adl et Parnianpour (1996) ont observé que l'amplitude des moments sagittaux et latéraux est influencée par la position de la ligne de chargement par rapports aux vertèbres. Il a été conclu que l'amplitude des moments est aussi influencée par la posture de la colonne vertébrale, par la rotation du pelvis et par conséquent par la lordose lombaire.

Dans les travaux de manutention, la posture lombaire a pris une place considérable dans la recherche des méthodes minimisant les risques reliés à l'élévation des charges. Cependant, les recherches dans ce domaine se sont confrontées à la complexité des sous-systèmes intervenant dans cette structure complexe. Malgré les études réalisées en considérant certains de ces sous systèmes, la compréhension de la synergie réelle de la colonne lombaire lors du support de charges est loin d'atteindre sa maturité. L'absence de système actif dans la majorité de ces études a affecté la fiabilité des résultats obtenus. En d'autres termes, la biomécanique de la colonne lombaire ne peut pas être étudiée en l'absence de tous les sous-systèmes contribuant à la stabilité mécanique. En effet,

Shirazi-Adl et Parnianpour (1993) ont trouvé que la présence des moments de flexion sur les niveaux lombaires peut augmenter, d'une façon significative, la capacité de la colonne lombaire à supporter des charges de compression de 100 N à 800 N tout en gardant un déplacement minimal de la vertèbre L1. Par la suite, il a été observé que le changement de la lordose lombaire de $\pm 15^\circ$ fait varier les moments sagittaux requis pour la stabilité du système, (Shirazi-Adl et Parnianpour, 1996). Cependant, ces travaux se sont limités aux cas de posture neutre supportant des charges très inférieures aux cas des travaux de manutention.

La littérature relative aux meilleures postures pour le support de grosses charges présente de grandes divergences; par conséquent, aucune conclusion évidente ne peut être fournie pour servir les recommandations de prévention en milieu de travail.

Récemment, Shirazi-Adl et Parnianpour (1998) ont réalisé une étude portant sur l'effet des rotations sagittales des vertèbres lombaires au cours de l'élévation de poids allant jusqu'à 2800 N dont les points d'application sont situés aux centres des vertèbres. Les rotations effectuées ont provoqué une variation de la lordose lombaire allant jusqu'à 38° tout en gardant le pelvis fixe. Les moments nécessaires à l'équilibre ont ensuite été déterminées pour plusieurs charges et rotations appliquées dans les limites indiquées. Les paramètres biomécaniques traduisant les effets de support de charge au cours de la flexion ont aussi été déterminés, à savoir : les déplacements, les rotations des vertèbres ainsi que la pression inter-discale. Ces résultats ont été visiblement influencés par les

changements de la posture. Il a été conclu que la contribution du système passif à l'élévation de charges influence les amplitudes ainsi que les sens des moments sagittaux nécessaires à la stabilité du système. Les moments requis varient de la flexion à l'extension par l'effet de la lordose lombaire. Cependant, cette étude devrait être complétée par l'intégration du système musculaire et par l'introduction de la rotation pelvienne, ce qui, par conséquent, modifierait considérablement les lignes d'action des muscles. Il a été suggéré aussi d'introduire l'excentricité des forces extérieures afin de corriger les valeurs des moments requis pour l'équilibre.

1.3.3.3 Évaluation des forces musculaires

Plusieurs études ont été effectuées pour estimer les forces musculaires durant différentes tâches effectuées par le corps humain en états statiques, dynamiques, symétriques et non symétriques. Ainsi, pour une tâche quelconque, notamment l'élévation de poids, une coupe imaginaire au niveau d'un disque lombaire est d'abord produite afin de schématiser le diagramme du corps libre pour la partie supérieure du tronc. Les réactions à ce niveau (forces et moments), requises pour l'équilibre du corps soumis au chargement extérieur, sont déterminées par une analyse statique. Les forces et les moments sont, en suite, redistribués sur les muscles et sur le segment fonctionnel. Toutefois, les résultats de plusieurs chercheurs ont permis de supposer que la contribution des structures passives pour ce qui est de résister aux moments extérieurs en position neutre est négligeable. À chaque niveau de la colonne vertébrale, le nombre de muscles dépasse le nombre des équations d'équilibre. Le calcul des forces musculaires est mathématiquement

indéterminé (problème hyperstatique). Plusieurs modèles biomécaniques d'évaluation des forces musculaires au niveau du segment, et par la suite, au niveau de toute la colonne lombaire, ont été développés. Ces modèles sont basés sur des techniques expérimentales, d'optimisation, d'approches cinématiques, ou parfois de leurs combinaisons. Cependant, vu l'absence d'une solution standard, la validité de ces modèles reste un sujet de discussion.

1.3.3.3.1 Modèles basés sur la réduction du nombre d'inconnues

En 1989, Bergmark a réduit le nombre d'inconnues dans les équations d'équilibre en se basant sur une approche synergique, et il a subdivisé les forces musculaires en deux groupes selon le type de moment sagittal qu'elles produisent (flexion ou extension). Cette approche a permis d'observer l'effet des muscles sur le comportement mécanique de la colonne lombaire. D'autres travaux similaires ont été effectués en se basant sur des intuitions physiologiques ou biomécaniques pour réduire le nombre d'inconnues dans les équations d'équilibre (Chaffin, 1969; Frievalds et al., 1984; McGill et Norman, 1985; Morisson, 1970; Schultz et al., 1982).

1.3.3.3.2 Modèles basés sur l'optimisation

Depuis que Schultz et al. (1982) ont appliqué la méthode d'optimisation pour l'estimation des forces musculaires, plusieurs études ont été effectuées à cet effet durant les tâches d'élévation de poids en états statiques, dynamiques, symétriques et non symétriques. La motivation des chercheurs était de trouver une fonction objectif à minimiser en plus de

satisfaire les conditions d'équilibre qui sont introduites comme des contraintes d'égalité. Toutefois, les forces musculaires doivent en tout temps être positives (forces de tension) et inférieures aux limites admissibles par les tissus musculaires; ceci représente alors les contraintes d'inégalité à introduire dans la formulation du problème d'optimisation. Plusieurs fonctions objectifs linéaires et non linéaires ont été définies à partir des stratégies de minimisation de blessures dans les muscles; ces fonctions sont souvent exprimées en termes des réactions musculaires, à savoir : les forces de tension, les forces de cisaillement et la somme des contraintes de tension élevées à différentes puissances.

Parmi les travaux réalisés sur le choix des fonctions objectifs pour le calcul des forces musculaires, Hughes et al. (1994) ont considéré que le système nerveux minimise des critères de performance exprimés en termes de contraintes mécaniques de tension pour lesquels les moments au niveau des segments sont générés. Ils ont considéré 4 fonctions objectifs : a) la minimisation des contraintes de tension dans les muscles, b) la somme des contraintes musculaires élevées à la puissance 2, c) la somme des contraintes musculaires élevées à la puissance 3 et d) l'approche basée sur les travaux de Gielen et van Zuylen (1986) exprimant la synergie du système actif-passif. Il a été constaté que seule la fonction objectif exprimée sous la forme de la somme des contraintes musculaires cubiques est proche des mesures EMG. Kong (1995) a considéré un critère de performance qui consiste à minimiser la fonction $\left[\sum \left[(F_i / A_i) - S_i \right]^3 \right]^{1/3}$, où F_i représente la force musculaire, A_i l'aire de la section droite du muscle et S_i la contrainte admissible par le tissu musculaire. D'autre part, Han et al. (1991) ont montré dans leurs études que les

fonctions objectifs exprimées en termes de la somme des contraintes musculaires élevées aux puissances 2 et 3 correspondent au critère de minimisation de la fatigue des muscles. À cet interprétation, s'ajoute aussi celle de van Dieën (1997) qui utilise le maximum d'endurance des muscles comme critère de performance.

Parnianpour et al. (1996) ont comparé six modèles anatomiques utilisés par plusieurs groupes de chercheurs pour l'évaluation des forces musculaires durant les activités physiques complexes de la colonne vertébrale. L'intérêt de cette comparaison était d'évaluer l'effet des fonctions objectifs sur les modèles anatomiques utilisés pour introduire l'équilibre dans la formulation du problème d'optimisation. Les six modèles anatomiques choisis dans la littérature étaient les suivants : a) Hughes et al.(1995); b) Hughes et Chaffin (1995); c) Marras et Granata (1995); d) Thelen et al. (1994); e) Schultz et al. (1982) et f) Nussbaum et al. (1995). Chacun de ces modèles a été testé par l'utilisation des fonctions objectifs minimisant ce qui suit : a) la somme des forces musculaires; b) la somme des contraintes musculaires; c) la somme des carrés des contraintes musculaires; d) la somme des contraintes musculaires aux puissances cubiques; e) les composantes de la force de compression au niveau de l'articulation du segment vertébral et f) le module de la force de réaction au niveau de l'articulation. Afin de comparer ces modèles, 24 cas de chargements ont été simulés. Les chargements appliqués étaient la combinaison des moments sagittaux, latéraux et de torsion variant entre -30 N.m à $+30 \text{ N.m}$. Les analyses statistiques des résultats obtenus ont montré que l'effet de chaque modèle anatomique sur les réactions aux niveaux lombaire est

significatif. Par conséquent, les forces musculaires estimées dépendent des réactions et des propriétés géométriques des muscles. Quant à la formulation du problème d'optimisation, il a été observé que les modèles basés sur l'équilibre ne prédisent pas la coactivation musculaire observée expérimentalement par EMG lors des exercices à hautes activités musculaires. Cependant, cette coactivation musculaire peut être prédite en imposant plus d'équations de contraintes relatives aux conditions de stabilité mécanique. Ces résultats ont été significatifs et ont apporté des réponses aux critiques formulées contre l'utilisation des méthodes d'optimisation pour l'évaluation des forces musculaires.

1.3.3.3 Modèles basés sur les mesures par EMG

L'utilisation de l'EMG pour estimer l'activation musculaire est basée sur une transformation des activités électriques dans les muscles en valeurs des forces musculaires (Granata et Marras, 1995; Lavender et al., 1992; McGill et Norman, 1986; Sparto et al., 1988; Sparto et Parnianpour, 1998). Des électrodes sont utilisées pour enregistrer l'EMG à la surface durant les activités des muscles impliquant des contractions volontaires maximales. Les enregistrements EMG normalisés sont ajustés par un facteur de gain afin de satisfaire les équations d'équilibre obtenues par le diagramme du corps tracé au niveau du disque intervertébral. Une méthode hybride EMG-Optimisation a été utilisée par Cholewicki et al. (1995) afin d'améliorer les mesures en permettant de satisfaire l'équilibre sans nuire à la coactivation musculaire. Plusieurs travaux ont été effectués afin d'estimer l'activité musculaire dans la colonne

vertébrale durant plusieurs tâches industrielles comme l'élévation de poids et les tâches répétitives causant la fatigue des muscles (Fathallah et al., 1997, 1998; Sheikhzadeh et al., 1997; Sparto et al., 1997, 1998). Parnianpour et al. (1994) ont observée une activation musculaire négligeable chez les personnes en position debout (et posture neutre) avec et sans charges supérieures à 445 N portées par les mains.

L'un des problèmes rencontrés dans les modèles basés sur EMG réside dans la complexité de la relation entre la force musculaire et le niveau d'activation du muscle. D'autres problèmes relatifs aux erreurs de mesures ainsi qu'à l'accessibilité aux muscles profonds (psoas) sont aussi rencontrés.

1.3.3.4 Modèles basés sur la cinématique

Kiefer et al. (1997 et 1998) ont utilisé un modèle anatomique de 60 muscles afin de déterminer les forces musculaires en posture neutre de la colonne thoraco-lombaire. Une nouvelle approche basée sur la cinématique et sur l'optimisation a été utilisée afin d'étudier le rôle de l'activité musculaire ainsi que celui de la rotation pelvienne sur la stabilité de la colonne vertébrale. Dans cette approche, les conditions cinématiques obtenues par les mesures directes des déplacements sont imposées dans le modèle de la colonne vertébrale par l'intermédiaire des ressorts virtuels qui sont remplacés à la fin de chaque itération par les muscles. Les valeurs des pénalités musculaires sont calculées sur chaque niveau et additionnées dans l'itération suivante de l'analyse jusqu'à la convergence de chaque incrément de charge. Dans le cas où le système devienne

hyperstatique, un algorithme d'optimisation est utilisé pour l'évaluation des forces musculaires. Il a été trouvé que la rotation pelvienne ainsi que les forces musculaires sont influencées par la courbure de la colonne et par la position horizontale de la vertèbre T1 par rapport au pelvis. Cependant, cette analyse a été limitée aux cas des petites charges (de l'ordre de la gravité) que l'être humain peut supporter quotidiennement.

Shirazi-Adl et Parnianpour (1996) ont proposé une nouvelle approche basée sur la méthode hybride (forces/déplacements) des éléments finis. Cette approche consiste à imposer des forces aux vertèbres conjointement avec leurs contraintes cinématiques compatibles. Les déplacements/rotations imposés sont ceux qui peuvent être mesurés in vivo (cas des rotations sagittales) pour les mêmes forces appliquées. La compatibilité entre les forces et les déplacements permet de simuler la déformation réelle de la colonne vertébrale. Par conséquent, les valeurs des moments requis pour l'équilibre du système seront plus raisonnables. Cette approche semble être raisonnable et peut donner des résultats efficaces par le fait de la compatibilité forces/déplacements respectée et de la solution qu'elle offre pour contourner les problèmes de stabilité mécanique souvent rencontrés dans les cas de gros chargements. L'étape suivante, proposée par les mêmes auteurs, consistait à évaluer les forces musculaires, correspondant aux moments d'équilibre calculés, en faisant appel aux méthodes d'optimisation.

Il ressort, de tous ces travaux réalisés sur la prédiction des forces musculaires, que l'approche basée sur l'optimisation présente une avenue importante pour la résolution des

systemes exprimant l'équilibre du corps humain nécessaire pour le support de charges. Cependant, le choix de la fonction objectif et des contraintes à imposer lors de la formulation du problème d'optimisation présente une importance capitale. D'autre part, une simulation raisonnable de la cinématique du système actif-passif de la colonne lombaire peut être atteinte par l'utilisation de l'approche hybride (forces/déplacements) dans les modèles éléments finis.

1.4 BUT DE LA PRÉSENTE ÉTUDE

Cette revue de la littérature nous a permis d'avoir une vue d'ensemble des travaux existant dans la littérature dans le domaine de la modélisation du système actif-passif de la colonne lombaire humaine. D'autre part, l'intérêt actuel pour l'étude des maux de dos montre clairement le besoin d'obtenir des résultats simulant des charges réelles et prenant en considération tous les éléments jugés importants. Tenant compte de ce qui précède, nous avons établi une méthodologie ayant pour objectif la définition d'une posture dite optimale qui servira à la prédiction des forces musculaires agissant sur le système supportant de grosses charges. Le concept de posture optimale contribuera aussi à la description des exercices et des méthodes thérapeutiques de réhabilitation physique. Un exemple de support d'une charge totale de 2800 N est étudié afin de valider l'approche proposée par Shirazi-Adl et Parnianpour (1996) pour l'évaluation des forces musculaires.

Le moyen utilisé pour atteindre notre objectif est basé sur le développement d'un modèle éléments finis simple, de type poutres, mais capable de fournir la même réponse que le

modèle détaillé aux différents chargements dépassant le domaine du comportement linéaire. L'intérêt d'un tel modèle réside dans la capacité de tester avec efficacité les effets de postures et les différents critères de performance sur la réponse du système actif-passif. Le concept de posture optimale est développé en se basant sur le pouvoir d'adaptation géométrique de la colonne lombaire pour supporter les gros chargements; à cet effet, des critères de performance de la posture sont définis pour interagir avec le mode de chargement et l'architecture musculaire intégrée dans le modèle anatomique. L'interaction entre le modèle éléments finis et le modèle d'optimisation de posture nous permet de prédire la contribution des muscles dans le maintien de l'équilibre du corps. L'originalité de ce travail réside dans la conception d'un algorithme d'évaluation des forces musculaires pour le cas des gros chargements supportés par la posture optimale. Cet algorithme est basé sur une approche combinée optimisation-méthode des éléments finis. La méthode hybride des éléments finis est utilisée afin de respecter la compatibilité forces/déplacements dans la colonne lombaire et, par conséquent, fournir des réponses plus raisonnables. Aussi, plusieurs critères de performance sont analysés pour mieux représenter la synergie du système actif-passif de la colonne lombaire humaine.

1.5 PLAN DU MÉMOIRE

Nous avons opté dans notre développement pour des démarches réparties sur trois chapitres, organisés de la manière suivante :

Le chapitre II est consacré à la description des méthodes utilisées pour la réalisation de cette étude. D'abord, nous exposons les étapes suivies pour le développement du modèle éléments finis de type poutres capable de supporter les grosses charges dépassant la zone du comportement linéaire. L'approche basée sur l'analogie géométrique entre les différents segments de la colonne lombaire est utilisée pour bâtir le modèle complet du système passif à partir de la réponse du segment lombaire L2-L3. Le système actif de la colonne lombaire humaine, représenté par l'architecture des muscles locaux est, par la suite, intégré dans l'étude en se basant sur plusieurs études anatomiques. Par la suite, une méthodologie est proposée dans le but de définir la meilleure posture, autrement dit : posture optimale de la colonne lombaire humaine pour supporter une charge totale de 2800 N distribuée sur ses cinq niveaux en position debout quasi-neutre. Pour cela, plusieurs critères de performance ont été testés afin de minimiser les moments sagittaux sur les différents niveaux lombaires. Enfin, notre but est de proposer un algorithme pour l'évaluation des forces musculaires dans le cas des grosses charges supportées par le corps humain. À cet effet, la méthode fait appel aux conditions de la posture optimale afin de fournir des résultats plus raisonnables. Une approche hybride forces/déplacements de la méthode des éléments finis est appliquée pour assurer la compatibilité entre les forces et les déplacements lors de l'évaluation des forces musculaires par l'optimisation de plusieurs fonctions objectifs proposées dans la littérature (Hughes et al., 1994 et 1995; Thelen et al., 1994; Parnianpour et al., 1996).

Au chapitre III, tous les résultats des simulations et analyses réalisées dans cette étude sont présentés. Pour des fins de validation, les résultats obtenus par le modèle éléments finis simplifié de la colonne lombaire passive sont comparés aux réponses du modèle détaillé de Shirazi-Adl (1998) pour les cas des chargements simples et combinés. Par la suite, les tests réalisés pour la détermination de la posture optimale nous fournissent les valeurs des rotations des vertèbres lombaires ainsi que de la rotation du pelvis pour minimiser les moments sagittaux nécessaire pour l'équilibre du système supportant la charge totale de 2800 N. Enfin, les valeurs des forces musculaires ont été comparées pour plusieurs critères de performance testés par l'algorithme proposé dans le chapitre II.

Le chapitre VI contient une discussion globale des modèles et des méthodes utilisés. Les résultats obtenus sont commentés et comparés à ceux existant dans la littérature.

Finalement, un bref recueil de figures d'anatomie est présenté en annexes afin de mieux comprendre le fonctionnement du système actif-passif de la colonne vertébrale humaine. Les courbes du comportement de la colonne lombaire en rotation sagittales sont aussi fournies ainsi que des exemples de fichiers de données pour les calculs effectuées par les logiciels MATLAB et ABAQUS.

CHAPITRE II

MÉTHODES

2.1 DÉVELOPPEMENT D'UN MODÈLE ÉLÉMENTS FINIS DU SYSTÈME PASSIF DE LA COLONNE LOMBAIRE HUMAINE

Nous proposons le développement d'un modèle éléments finis simple, de type poutres, représentant le système passif de la colonne lombaire humaine. Ce modèle est capable de répondre, d'une façon similaire au modèle détaillé (Shirazi-Adl, 1994), sous l'effet de chargements extérieurs dépassant le domaine de la linéarité. Un segment fonctionnel élémentaire est modélisé, puis validé, afin de bâtir le modèle complet de la colonne lombaire.

2.1.1 Définition de la géométrie du modèle

La figure 2.1, à la fin de ce chapitre, présente le modèle détaillé de la colonne lombaire humaine développé par Shirazi-Adl (1994). Ce modèle considère individuellement chaque composante du système passif. Les vertèbres sont modélisées comme des corps rigides et les disques intervertébraux comme un matériau non homogène dont le comportement est non-linéaire. Les composantes sagittales passives osseuses et ligamentaires sont aussi incluses. Cette modélisation permet de fournir tous les

renseignements relatifs à la réponse de cette structure passive soumise aux divers chargements. Elle permet aussi de calculer tous les paramètres biomécaniques, tels que la pression inter-discale, les forces de contact au niveau des articulations et les effets de dégénérescence des composantes des disques intervertébraux. La conception d'un modèle simplifié pourrait diminuer beaucoup d'étapes de calculs, souvent complexes, afin d'arriver aux résultats relatifs à la réponse de la structure soumise aux forces extérieures appliquées et aux forces musculaires. Le modèle simplifié pourrait interagir avec le modèle détaillé en lui fournissant les données relatives au système actif afin de compléter les analyses des paramètres biomécaniques lors de l'activation des muscles. C'est dans cette optique qu'une géométrie simplifiée de la colonne lombaire humaine est développée (figure 2.2). Cette géométrie ne considère que les corps des vertèbres; les éléments postérieurs ne sont pas inclus. Les seuls éléments déformables sont les disques intervertébraux. À partir de cette géométrie, une modélisation mécanique de la colonne lombaire peut considérer, d'une manière simplifiée, les disques déformables comme des poutres dans l'espace et les vertèbres comme des corps rigides dont le mouvement est relié aux extrémités des disques voisins. Ainsi, une modélisation par éléments finis du modèle mécanique simplifié considère les centroïdes des vertèbres comme les coordonnées des corps rigides et les centres des plateaux inférieur et supérieur de chaque vertèbre comme les extrémités des éléments poutres (figure 2.2). Les deux types d'éléments poutres, Timoshenko (avec effet de cisaillement) et Euler-Bernouilli (sans effet de cisaillement), ont été testés pour la représentation des disques intervertébraux sous l'effet des efforts importants de l'ordre des tâches industrielles auxquelles la colonne

lombaire peut être soumise. Il s'est avéré que l'élément poutre de type Timoshenko est plus adéquat pour la modélisation des disques intervertébraux. Par conséquent, cet élément à trois nœuds et à champs de déplacements quadratique est utilisé pour les analyses subséquentes. Les coordonnées des nœuds considérés dans le modèle éléments finis simplifié (type poutres) sont données dans les tableaux 2.1 et 2.2.

Tableau 2.1. Coordonnées des centres de vertèbres considérés comme éléments rigides dans le modèle simplifié.

Vertèbres	Direction sagittale X [mm]	Direction latérale Y [mm]	Direction axiale Z [mm]
L1	8,5	2,06	171,98
L2	-1,7	2,25	136,46
L3	-6,92	1,92	98,94
L4	-8,78	1,51	60,33
L5	-5,47	0,3	22,44
S1	0	0	0

Tableau 2.2. Coordonnées des nœuds des éléments poutres correspondant aux disques intervertébraux.

Disques intervertébraux	Nœuds	Direction sagittale X [mm]	Direction latérale Y [mm]	Direction axiale Z [mm]
L1-L2	1	2,67	2,05	160,2
	2	1,375	2,075	154,825
	3	0,08	2,1	149,45
L2-L3	1	-3,48	2,4	123,46
	2	-4,795	2,43	117,54
	3	-6,11	2,46	111,62
L3-L4	1	-7,73	1,38	86,25
	2	-8,19	1,53	79,77
	3	-8,65	1,68	73,29
L4-L5	1	-8,91	1,35	47,36
	2	-8,255	1,685	40,585
	3	-7,6	2,02	33,81
L5-S1	1	-3,34	-1,43	10,06
	2	-1,67	-0,7515	5,03
	3	0	0	0

2.1.2 Comportement mécanique non-linéaire de la colonne lombaire

Le modèle d'éléments finis de type poutres développé pour la représentation de la colonne lombaire passive doit fournir les mêmes réponses que le modèle détaillé malgré sa simplicité géométrique. Le comportement non-linéaire rhéologique et géométrique des

composantes du modèle détaillé (disques, ligaments et facettes en contact) doit être reproduit dans les éléments poutres du modèle simplifié. Ceci est réalisé par une calibration du modèle simplifié par rapport au modèle détaillé. Cependant, il est d'abord nécessaire de valider le modèle proposé sur un segment fonctionnel élémentaire, d'autant plus que Shirazi-Adl (1998) dispose de la réponse d'un segment fonctionnel de son modèle détaillé lorsque divers chargements sont appliqués dans la zone de non-linéarité.

2.1.2.1 Comportement mécanique d'un segment fonctionnel élémentaire de la colonne lombaire

La réponse non-linéaire d'un segment fonctionnel élémentaire, L2-L3, a été déterminée par Shirazi-Adl (1998) sur son modèle détaillé. Les cinq principaux cas de charges ont été testés, à savoir, la compression axiale, la flexion sagittale, l'extension, la flexion latérale et la torsion axiale. Ces résultats ont été utilisés afin d'introduire et de vérifier le comportement non-linéaire du même segment modélisé par éléments poutres.

La différence majeure dans la géométrie des disques entre les deux modèles réside dans l'espace central du noyau rempli de fluide. Ce dernier, représenté dans le modèle détaillé, contribue à supporter la compression. Afin d'introduire cette similitude, une géométrie effective du disque est introduite dans le modèle simplifié. La section de la poutre (disque) doit contribuer à 100% en compression mais uniquement à 50% pour les autres chargements provoquant la flexion, la tension ou le cisaillement de la poutre. Par conséquent, la section du disque est supposée pleine en compression mais annulaire pour

les autres cas de charges. Les caractéristiques géométriques résumées dans le tableau 2.3 sont affectées au disque du segment L2-L3 modélisé par une poutre.

Tableau 2.3. Géométrie effective du disque L2-L3 introduite dans le modèle simplifié.

Cas de charge	Longueur de la poutre [mm]	Aire de section [mm ²]	Diamètre extérieur [mm]	Diamètre intérieur [mm]	Moment d'inertie en flexion [mm ⁴]	Moment polaire de torsion [mm ⁴]
Compression	12,1	1385	42	0	---	---
Tension Flexion/Extension Flexion latérale Torsion axiale	12,1	692,5	42	29,7	114486	228971

Le modèle de type poutres développé dans cette étude utilise le logiciel d'analyse des structures par éléments finis ABAQUS (ver. 5.5). Dans ce logiciel, le comportement non-linéaire d'une poutre dans l'espace peut être introduit par un tableau de valeurs dans le fichier de données en termes de : Force de compression/tension (F_z) – Déformation axiale (ϵ_z), Moment de flexion/extension (M_y) – Courbure sagittale (θ_y/L), Moment de flexion latérale (M_x) – Courbure latérale (θ_x/L), Moment de torsion (M_z) – Angle unitaire de torsion (Twist : θ_z/L); z étant l'axe de la poutre dans l'espace.

La réponse du modèle détaillé du segment L2-L3, résumée dans le tableau 2.4, est introduite dans le modèle poutre de la même structure.

Tableau 2.4. Comportement non-linéaire du segment L2-L3 (Shirazi-Adl, 1998).

Compression		Flexion sagittale		Extension		Flexion latérale		Torsion	
F	ϵ_z	M_y	θ_y/L	M_y	θ_y/L	M_x	θ_x/L	M_z	θ_z/L
[N]	[%]	[N.m]	[10 ⁻³ Rad/m]	[N.m]	[10 ⁻³ Rad/m]	[N.m]	[10 ⁻³ Rad/m]	[N.m]	[10 ⁻³ Rad/m]
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100,5	0,7882	1	1,3991	1	1,4136	1	0,7645	1	0,8336
307	2,2990	3	3,6061	2	1,8751	3	2,3223	3	1,3703
627	4,3322	6	5,4812	4	2,7406	6	4,4715	6	1,9905
1074	6,7076	10	7,0679	6	3,6061	9	6,3467	9	2,4233
1658	9,2133	15	8,943	8	4,3273	12	8,1353	12	2,8127
2268	11,3289	20	10,385	10	5,0485	15	9,6209	15	3,1733
2864	13,2635	25	11,684	12	5,7697	20	11,972	20	3,7936
3364	15,0439	30	12,838	15	7,6448	25	13,415	25	4,2984
3932	16,6904	40	14,857	20	9,2315	30	14,929	30	4,8033
4516	18,3148	50	16,588	25	10,097	40	17,598	40	5,8707
		60	17,886	30	11,107	50	19,761	50	6,9525
						60	21,708	60	8,0920

Le modèle simplifié est ensuite testé pour les cinq cas de charges lors d'un calcul incrémental atteignant son maximum au bout de 20 étapes égales. Durant toutes ces simulations, l'élément rigide représentant la vertèbre L3 est maintenu fixe dans toutes les directions, alors que la charge est appliquée au centre de la vertèbre L2. La réponse du modèle aux cinq cas de charge est montrée sur les figures 2.3 à 2.6. La concordance des résultats des deux modèles est satisfaisante et les non-linéarités des réponses sont bien visibles. La réponse du segment L2-L3 en flexion latérale et en torsion est supposée symétrique pour les deux sens à droite et à gauche. Par contre, dans le plan sagittal du segment, la flexion présente plus de liberté que l'extension; ceci traduit l'effet des facettes qui viennent en contact pour limiter et guider le mouvement en extension imposé

aux vertèbres. Un léger décrochage de la courbe de réponse en extension traduit ce phénomène (figure 2.4).

La poutre utilisée pour représenter le disque du segment fonctionnel est de type Timoshenko; par conséquent, le module du cisaillement (G_Ak) doit être évalué de la même manière par des tests de calibrage des deux modèles. Ceci est réalisé pour des charges combinées incluant l'effet du cisaillement. Le module (G_Ak) introduit par Timoshenko considère la rigidité au cisaillement de la section droite A de la poutre, G étant le module de rigidité au cisaillement et k un coefficient géométrique généralement égal à $5/6$ pour les poutres à sections rectangulaires. Il est à noter que, dans notre cas, le module G_Ak ne représente pas uniquement la rigidité au cisaillement du disque, mais celle de tout le segment incluant les composantes sagittales passives (ligaments et facettes en contact). Deux tests ont été simulés par Shirazi-Adl (1998) sur son modèle détaillé du segment L2-L3 et reproduits dans cette étude sur le modèle simplifié. La géométrie de la figure 2.7 est utilisée afin de définir le point d'application des charges sur la vertèbre L2, ce point est distant de 22 mm du centre du disque intervertébral. Durant les analyses, la vertèbre L3 a été maintenue fixe. Le premier cas de charge a consisté à appliquer sur le segment une charge de compression de 4000 N combinée avec un moment de flexion de 40 N.m et une force horizontale de cisaillement de 800 N dirigée vers l'intérieur. Ce chargement combiné atteint son maximum en onze incréments inégaux, (tableau 2.5).

Tableau 2.5. Cas de charge 1 appliqué sur le segment L2-L3.

Incréments	Moment de flexion [N.m]	Force de compression [N]	Force horizontale (Direction intérieure) [N]
1	1	300	60
2	3	600	120
3	6	800	160
4	9	1000	200
5	12	1200	240
6	15	1500	300
7	20	2000	400
8	25	2500	500
9	30	3000	600
10	35	3500	700
11	40	4000	800

Trois valeurs du module du cisaillement G_{Ak} ont été testées ($G_{Ak}=9000$ N, 15000 N et 20000 N). Les figures 2.8 et 2.9 montrent les réponses obtenues par le modèle simplifié pour les trois valeurs du module de cisaillement G_{Ak} ainsi que les réponses du modèle détaillé obtenues par Shirazi-Adl (1998) au point d'application des charges. Les valeurs des rotations obtenues sont semblables pour tous les cas. La différence est observée dans les valeurs des déplacements horizontaux obtenus. Cette différence est due au cisaillement provoqué par la force horizontale appliquée et qui, selon la rigidité de cisaillement, provoque des déplacements horizontaux différents. Il ressort que la valeur de $G_{Ak}=9000$ N provoque un déplacement horizontal supérieur à celui toléré par le modèle détaillé. La valeur du module $G_{Ak}=15000$ N a, par conséquent, été fixée et testée pour le deuxième cas de charge décrit dans le tableau 2.6. Dans ce cas, cinq charges ont été appliquées sur le segment L2-L3 au même endroit que celui indiqué à la figure 2.7. Il s'agissait d'une force de compression de 4000 N combinée avec une force de cisaillement

d'une amplitude de 400 N et dirigée vers l'intérieur, d'un moment de flexion sagittale de 40 N.m, d'un moment de flexion latérale de 25 N.m et d'un moment de torsion de 50 N.m. Ce chargement a été appliqué en 13 incréments inégaux, (tableau 2.6).

Tableau 2.6. Cas de charge 2 appliqué sur le segment L2-L3.

Incréments	Moment de torsion [N.m]	Moment de flexion latérale [N.m]	Moment de flexion sagittale [N.m]	Force de compression [N]	Force horizontale (Direction intérieure) [N]
1	1	0,5	1	300	30
2	3	1,5	3	600	60
3	6	3	6	800	80
4	9	4,5	9	1000	100
5	12	6	12	1200	120
6	15	7,5	15	1500	150
7	20	10	20	2000	200
8	25	12,5	25	2500	250
9	30	15	30	3000	300
10	35	17,5	35	3500	350
11	40	20	40	4000	400
12	45	22,5	40	4000	400
13	50	25	40	4000	400

Les réponses produites au point d'application des charges par le modèle simplifié de type poutres (avec $GAK=15000$ N) et par le modèle détaillé sont montrées sur les figures 2.10 et 2.11. Malgré les faibles écarts entre les valeurs obtenues, le résultat demeure acceptable. Ces écarts entre les valeurs des deux modèles sont dus au fait que ABAQUS ne permet pas d'introduire des non-linéarités en cisaillement pour l'élément poutre. En effet, la valeur du module du cisaillement GAK reste constante quelle que soit la charge appliquée. Cependant, il est à noter que les écarts sont moins prononcés dans le plan sagittal. Le retrait de la vertèbre L2 dans le sens du déplacement horizontal après avoir

atteint le maximum est dû au couplage entre les mouvement combinés produits sur la vertèbre. La valeur du module de cisaillement $G_{Ak}=15000 \text{ N}$ est, par conséquent, maintenue pour toutes les analyses subséquentes.

Nous avons fait le point sur la validation d'un modèle simplifié, de types poutres, décrivant les mêmes réponses cinématiques que le modèle détaillé pour le segment fonctionnel L2-L3 de la colonne lombaire humaine. Une généralisation de ce modèle sur l'ensemble de la colonne lombaire doit prendre en considération toutes les différences existant entre les divers segments considérés.

2.1.2.2 Du segment élémentaire à la colonne lombaire

Afin de bâtir toute la colonne lombaire humaine à partir du segment fonctionnel L2-L3 pour lequel le comportement est connu, une approche basée sur les rapports de géométrie entre les différents segments est développée. Cette approche est fondée sur les relations de comportement considérées par ABAQUS afin de définir le comportement non-linéaire d'une poutre. La rigidité de l'élément poutre est exprimée, dans ce logiciel, par les relations basées sur les valeurs introduites dans le tableau 2.4. Ces relations sont définies dans la théorie classique de la résistance des matériaux et s'expriment comme suit :

$$F_z = [EA] \varepsilon_z \quad (2.1)$$

$$M_{xy} = [EI] \frac{\theta_{xy}}{L} \quad (2.2)$$

$$M_z = [GJ] \frac{\theta_z}{L} \quad (2.3)$$

où L , A , I , et J représentent respectivement la longueur de la poutre, sa section droite, son moment d'inertie en flexion et son moment polaire en torsion; F représente la force appliquée dans la direction de l'axe de la poutre; M_{xy} , exprime le moment appliqué dans l'une des directions du plan (xy) normal à l'axe de la poutre; M_z représente le moment de torsion; E le module d'élasticité de Young; G le module d'élasticité en cisaillement; θ_{xy} l'angle de rotation de la poutre dans l'une des directions du plan (xy) ; θ_z l'angle de rotation en torsion de la poutre et ε_z sa déformation axiale.

L'approche développée pour définir les relations de comportement entre les différents segments de la colonne tient compte des paramètres géométriques intervenant dans chacune des relations de comportement (2.1) à (2.3). La longueur de chaque poutre représentant un disque dans le modèle est introduite par les coordonnées de ses nœuds (tableau 2.2). Les seuls paramètres à définir sont les sections des disques et leurs moments d'inertie effectifs compatibles avec le comportement non-linéaire des segments. Cette approche considère que le matériau est identique pour tous les segments fonctionnels. Ces hypothèses nous ont conduit à définir deux paramètres géométriques α

et β , donnés dans les tableaux 2.7 et 2.8, qui permettent de généraliser le comportement non-linéaire du segment de référence L2-L3 sur l'ensemble de la colonne passive.

Tableau 2.7. Relations entre les propriétés des sections droites en compression/cisaillement des poutres du modèle simplifié.

Segments	Aire de section ² [mm ²]	$\alpha = A / A_{ref.}$	Force	Déformation axiale	Module du cisaillement
Segment de référence L2-L3	$A_{ref.} = 1385$	1	F	$\varepsilon_{ref.}$	$(Gak)_{ref.}$
L1-L2	1310	0,94585	F	$\varepsilon = \frac{1}{\alpha} \cdot \varepsilon_{ref.}$	$Gak = \alpha \cdot (Gak)_{ref.}$
L3-L4	1425	1,02888			
L4-L5	1455	1,05054			
L5-S1	1555	1,12274			

Tableau 2.8. Relations entre les propriétés des sections droites en flexion/torsion des poutres du modèle simplifié.

Segments	Longueurs des disques [mm]	Moments d'inertie en flexion ³ [mm ⁴]	$\beta = I / I_{ref.}$	Moment	Courbure/Twist	Rigidités
Segment de référence L2-L3	12,1	$I_{ref.} = 114486$	1	M	$\left(\frac{1}{\rho}\right)_{ref.}$	$(EI)_{ref.}$ $(GJ)_{ref.}$
L1-L2	10,6	102422	0,94585	M	$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\beta} \cdot \left(\frac{1}{\rho}\right)_{ref.}$	$(EI) = \beta \cdot (EI)_{ref.}$ $(GJ) = \beta \cdot (GJ)_{ref.}$
L3-L4	13	121194	1,02888			
L4-L5	13,6	126351	1,05054			
L5-S1	9,6	144315	1,12274			

² Pour le cisaillement, la section effective de la poutre est la moitié de celle mentionnée dans le tableau.

³ Pour la torsion, les moments d'inertie polaire sont le double de ceux montrés dans le tableau.

Le comportement de chacun des disques constituant la colonne lombaire de la figure 2.1 a été défini par les relations des tableaux 2.7 et 2.8. Cependant, le comportement de toute la colonne doit être validé par rapport aux tests réalisés par Shirazi-Adl (1994) sur son modèle détaillé de la colonne lombaire passive.

2.2 MODÈLE ANATOMIQUE DES MUSCLES LOCAUX

Seuls les muscles locaux représentent dans cette étude le système actif de la colonne lombaire. Cependant, nos efforts ont été mis sur la comparaison des modèles anatomiques existants. En effet, la littérature présente une diversité de modèles anatomiques qui parfois s'opposent les uns les autres. Kiefer et al. (1998) ont utilisé une architecture musculaire constituée de 48 muscles locaux et 12 muscles globaux. Leur modèle anatomique a été inspiré de plusieurs travaux, notamment ceux de Dumas et al. (1988 et 1991); Chaffin et al. (1990); Moga et al. (1993) et Netter et al. (1989). Ce modèle a été utilisé pour la détermination des forces musculaires en position neutre; il considère que les muscles intérieurs (iliopsoas) peuvent générer de la flexion par l'effet de leurs points d'insertion situés du côté intérieur des vertèbres. De plus, il considère que le muscle iliocostalis est aussi attaché au niveau inférieur L5. D'autre part, beaucoup d'études biomécanique ont utilisé le modèle de Bogduk et al. (1992). Ces études, notamment celles de Stokes et Gardner-Morse (1995); Gardner-Morse et al. (1995); Macintosh et al. (1993) et van Dieën (1997), se sont principalement intéressées au calcul des forces musculaires pour des charges symétriques et non-symétriques. D'autres modèles anatomiques similaires à celui de Bogduk et al. (1992) sont utilisés par Reid et al. (1994);

Cholewicki et al. (1995) et Cholewicki et McGill (1996). La différence majeure entre le modèle de Bogduk et al. (1992) et celui utilisé par Kiefer et al. (1997) est que le premier considère que les muscles intérieurs (iliopsoas) n'agissent pas tous de la même manière sur la colonne lombaire du fait que les points d'insertion des muscles iliopsoas sur les vertèbres L1, L2 et L3 sont situés du côté postérieur. Aussi, ce modèle considère que le dernier niveau L5 n'est pas attaché aux muscles iliocostalis, ce qui réduit le nombre de muscles locaux à 23 sur chaque côté au lieu de 24 (cas de Kiefer et al., 1998).

Dans cette présente étude, nous considérons les points d'insertion et d'origines des muscles d'après les travaux de Kiefer et al. (1998), à l'exception des muscles iliopsoas dont les positions des points d'insertion sont pris à partir des travaux de Bogduk et al. (1992); aussi, la description de ces derniers concernant le muscle iliocostalis qui n'existe pas sur le niveau L5 est adoptée.

Pour le modèle anatomique que nous adaptons, les tableaux 2.12 et 2.13 indiquent tous les points d'insertion des muscles ainsi que leurs cosinus directeurs dans le repère global relié à la base du disque L5-S1. Les aires des sections des muscles fournies dans les travaux de Bogduk et al. (1992) et de Cholewicki et McGill (1996) ont aussi été adoptées dans notre modèle. Les forces musculaires seront alors calculées d'après ce modèle anatomique dont l'architecture est illustrée aux figures (2.12) et (2.13).

Tableau 2.9. Coordonnées d'insertion et d'origine des muscles exprimées dans le repère global. L'anatomie musculaire est supposée symétrique par rapport au plan sagittal des vertèbres. Ces coordonnées sont toutes tirées des travaux de Kiefer et al. (1998), sauf (*) tirées de Reid et al. (1994).

Muscles ⁴	Insertions [mm]			Origines [mm]		
	X	Y	Z	X	Y	Z
Niveau L1						
IC	22	28	159	63	44	-7
IP	15*	10	174	-40	79	-88
LT	21	10	159	58	42	-9
MF	39	9	131	39	35	14
QL	22	28	159	9	77	32
Niveau L2						
IC	13	31	127	49	49	12
IP	4,8*	12	141	-40	79	-88
LT	12	12	126	54	44	2
MF	31	5	98	56	30	4
QL	13	31	127	18	67	30
Niveau L3						
IC	6	32	95	44	53	18
IP	-1,92*	17	105	-40	79	-88
LT	6	14	94	49	45	5
MF	28	3	68	61	25	-7
QL	6	32	95	28	56	26
Niveau L4						
IC	7	35	64	37	58	23
IP	-12,78*	21	69	-40	79	-88
LT	7	17	63	47	46	10
MF	34	1	43	65	16	-16
QL	7	35	64	28	47	21
Niveau L5						
IP	-17,47*	25	31	-40	79	-88
LT	14	19	30	42	47	12
MF	44	0	15	67	10	-19

⁴ IC: iliocostalis lumborum pars lumborum, IP: iliopsoas, LT: longissimus thoracic pars lumborum, MF: multifidus, QL: quadratus lumborum.

Tableau 2.10. Cosinus directeurs (l , m , n) et longueurs (L) des muscles. (A) : Aires des sections droites des muscles. (*) : D'après Bagduk et al. (1992), (°) : D'après Cholewicki et McGill (1996).

Muscles ^d	l	m		n	L [mm]	A [mm ²]
		A droite	A gauche			
Niveau L1						
IC	0,241	0,091	-0,091	-0,966	172,078	108*
IP	-0,199	0,249	-0,249	-0,948	276,718	440*
LT	0,212	0,182	-0,182	-0,96	174,922	79*
MF	-0,001	0,218	-0,218	-0,976	120,379	90*
QL	-0,092	0,356	-0,356	-0,93	136,842	100*
Niveau L2						
IC	0,297	0,152	-0,152	-0,943	121,867	154*
IP	-0,185	0,276	-0,276	-0,943	242,385	440*
LT	0,311	0,235	-0,235	-0,921	134,472	91*
MF	0,249	0,245	-0,245	-0,937	100,316	150*
QL	0,05	0,352	-0,352	-0,935	103,659	100*
Niveau L3						
IC	0,428	0,234	-0,234	-0,873	88,563	182*
IP	-0,184	0,301	-0,301	-0,936	206,692	440*
LT	0,419	0,295	-0,295	-0,859	103,536	103*
MF	0,389	0,256	-0,256	-0,885	85,173	240*
QL	0,286	0,31	-0,31	-0,906	76,466	100*
Niveau L4						
IC	0,541	0,411	-0,411	-0,733	55,736	189*
IP	-0,161	0,343	-0,343	-0,926	169,097	440*
LT	0,558	0,401	-0,401	-0,727	72,482	110*
MF	0,451	0,22	-0,22	-0,865	68,67	290*
QL	0,43	0,242	-0,242	-0,87	49,28	100*
Niveau L5						
IP	-0,17	0,406	-0,406	-0,898	132,217	440*
LT	0,641	0,647	-0,647	-0,413	43,613	116*
MF	0,548	0,229	-0,229	-0,805	42,455	140*

⁵ IC: iliocostalis lumborum pars lumborum, IP: iliopsoas, LT: longissimus thoracic pars lumborum, MF: multifidus, QL: quadratus lumborum.

2.3 POSTURE OPTIMALE DE LA COLONNE LOMBAIRE POUR SUPPORTER UNE GROSSE CHARGE DE COMPRESSION EN POSITION QUASI-NEUTRE

Nous nous intéressons au développement d'une méthodologie visant la définition des meilleures conditions géométriques, autrement dit : choix de la meilleure posture de la colonne lombaire humaine permettant de supporter des charges importantes durant les tâches industrielles.

Il a été constaté, sous l'effet du poids propre de la partie supérieure du corps, que la ligne de gravité passe du côté intérieur de la colonne lombaire. Par conséquent, la colonne dans sa position neutre est soumise à une force de compression et à un moment de flexion. Les forces et les moments nécessaires à l'équilibre de la structure sont encore plus importants lorsque la colonne supporte une charge extérieure additionnelle; les muscles attachés au tronc doivent, alors, développer plus de force pour assurer l'équilibre. Pour des charges importantes supportées par le corps humain, les forces musculaires peuvent dépasser des limites et provoquer des blessures dans les tissus.

La recherche des meilleures conditions géométriques de support de charge nécessite l'analyse de la réponse de la colonne vertébrale dans ses diverses postures pour un chargement donné. Les muscles jouent un rôle important dans le choix de la posture.

Dans cette étude, nous prenons comme exemple le cas d'une charge totale de 2800 N soulevée par un humain en position debout et symétrique (en x, y et z). Cette charge représente la force de gravité de 245 N distribuée sur la partie supérieure du corps ainsi qu'une charge externe de 2555 N. Basé sur un spécimen représentatif du corps humain, la distribution de l'effet gravité en divers points de la colonne a été l'objet de plusieurs études biomécaniques (Schultz et al., 1979; Kiefer et al., 1997). La force externe est appliquée de manière à représenter le poids supporté par le corps en position neutre et symétrique (figure 2.14) ainsi que les forces dans les muscles globaux. Cette charge est supposée située à une distance de 8 mm dans le sens intérieur du centroïde de la vertèbre L1. Le tableau 2.11 résume la distribution de la charge totale de 2800 N et ses points d'application sur les vertèbres lombaires. La posture neutre de la colonne lombaire est définie pour toutes les analyses qui suivront comme la position qui n'admet pas de rotations inter-segmentales.

Le modèle d'éléments finis de type poutres dans l'espace est utilisé pour l'analyse de la colonne lombaire sous le chargement décrit par la figure 2.15. La charge de 2800 N est appliquée à la colonne en posture neutre; aucune rotation dans les plans sagittal et latéral n'est admise. La base du disque L5-S1 est maintenue fixe afin de représenter un pelvis immobile. Les translations des cinq vertèbres sont laissés libres dans le plan sagittal (xz). Le calcul a été effectué en 25 incréments égaux. Les muscles actifs au niveau de la colonne lombaires sont les seuls éléments permettant de produire les moments nécessaires pour l'équilibre du corps. En position neutre de la colonne lombaire, l'activité

des muscles est en général minime; en effet, Parnianpour et al. (1994) ont observé expérimentalement une activité musculaire négligeable chez les personnes en position debout avec et sans charges portées dans les mains. Notre objectif est d'identifier la position quasi-neutre de la colonne lombaire qui puisse satisfaire l'équilibre du corps avec un minimum d'activité musculaire. En d'autres termes, l'effet de la posture est considéré comme pouvant servir à définir les conditions optimales pour l'évaluation et l'utilisation des capacités du corps humain.

Tableau 2.11. Distribution et localisation de la charge totale de 2800 N supportée par la colonne lombaire passive.

Niveaux lombaires	Amplitude de la charge de gravité [N]	Force extérieure appliquée [N]	Distance intérieure du centroïde de la vertèbre [mm]	Contribution pour supporter les 2800 N [%]
L1	169,16	2554,96	26,46	97,29
L2	17,88		8	0,64
L3	18,64		24,16	0,67
L4	19,28		21,27	0,69
L5	20,08		17,81	0,72
Total	245,04	2554,96	13,76	100

2.3.1 Optimisation de la posture supportant une charge totale de 2800 N

Plusieurs ouvrages soulignent l'importance de la posture dans le maintien de la stabilité de la colonne lombaire humaine. Ainsi, Kiefer et al. (1997) ont étudié l'effet de la rotation pelvienne sur la capacité du système passif de la colonne thoraco-lombaire à supporter des charges de compression. Ils ont conclu que cette capacité est fortement influencée par la rotation du pelvis. Par ailleurs, Shirazi-Adl et Parnianpour (1996) ont constaté que les moments requis sur chaque niveau de la colonne lombaire peuvent être réduit par une horizontalisation du pelvis.

Dans la présente étude, une nouvelle approche d'optimisation de la posture est développée en ayant pour objectif la réduction des forces musculaires contribuant au support des gros chargements. Cette méthode consiste à déterminer la posture « optimale » de la colonne lombaire en position quasi-neutre. Cette posture servira à la réduction des moments sagittaux (et donc les forces musculaires) sur tous les niveaux lombaires. La position quasi-neutre est définie par les limites de rotations inter-segmentales des vertèbres lombaires et du pelvis. Ces limites sont fixées à 5° dans le plan sagittal (flexion et extension).

Pour le cas de la colonne lombaire supportant une charge totale de 2800 N en posture neutre, la position de la charge externe appliquée à 8 mm de distance intérieure du centroïde de la vertèbre L1, contribue d'une manière importante à maintenir le corps

humain en sa position neutre. Par conséquent, l'introduction du niveau de la vertèbre L1 dans l'optimisation de la posture constitue, dans ce cas, un sujet de discussion. D'autre part, comme il a été constaté dans notre modèle anatomique que les muscles locaux de la colonne lombaire ne peuvent pas générer une flexion aux niveaux supérieurs L1, L2 et L3. Il faut alors imposer des moments d'extension sur ces trois niveaux lombaires supérieurs.

Toutes ces constatations nous ont permis de faire l'étude de certaines fonctions objectifs impliquant les critères de performances souhaités, (relations 2.4). Ces fonctions sont toutes exprimées par la minimisation de sommes des moments. L'analyse de ces fonctions nous permettra de définir celle qui représente le mieux la posture « optimale ».

$$\begin{aligned}
 f_{\text{POSTURE}_1} &= \min \sum_{i=L2}^{L5} |M_i(\theta_j)| \\
 f_{\text{POSTURE}_2} &= \min \sum_{i=L1}^{L5} |M_i(\theta_j)| \\
 f_{\text{POSTURE}_3} &= \min \sum_{i=L1}^{L5} M_i(\theta_j) \quad \text{avec } M_i \geq m \quad \text{pour } i = L1 \text{ à } L5, \quad m = \{0, 0,1 \text{ et } 0,2\} \text{ N.m}
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Pour toutes ces fonctions, les rotations inter-segmentales sagittales (θ_j) des niveaux lombaires et pelvien sont définies par leurs limites correspondant à la position quasi-neutre, (relations 2.5).

$$-5^\circ \leq \theta_j \leq 5^\circ \quad \text{pour } j = L1, L2, L3, L4, L5 \text{ et SI} \tag{2.5}$$

La fonction f_{POSTURE_1} correspond à la minimisation de la somme des valeurs absolues des moments sagittaux entre les niveaux lombaires L2 et L5. Cette fonction ne tient pas compte du niveau L1 à cause du rôle compensatoire de la charge extérieure appliquée sur L1 et représentant la partie supérieure du corps (forces musculaires, gravité et poids supportés). Par contre, dans la fonction f_{POSTURE_2} , le niveau supérieur L1 est inclus. Enfin, la fonction f_{POSTURE_3} correspond à notre modèle musculaire apte à produire de l'extension notamment sur les niveaux supérieurs. Néanmoins, pour cette dernière fonction, les moments ne doivent pas imposer de forces importantes à générer par les muscles postérieurs. Des valeurs minimales des moments sagittaux variant de 0 à 0,2 N.m sont alors considérées pour chaque niveau. Dans tous ces critères de performance, nous ne tenons pas compte du moment au niveau pelvien, ce dernier pouvant être supporté par les muscles des jambes.

Les expressions décrites par les relations (2.4) sont exprimées par les termes des moments sagittaux en fonction des rotations inter-segmentales. Il s'agit alors de la rigidité en rotations sagittales de la colonne lombaire humaine. La détermination analytique des expressions définissant cette rigidité n'est cependant pas évidente à cause des non-linéarités du comportement.

2.3.2 Modèle analytique décrivant la rigidité en rotation de la colonne lombaire passive dans le plan sagittal

La rigidité en rotation du système passif de la colonne lombaire est évaluée par l'utilisation du modèle d'éléments finis de type poutres. La rigidité recherchée est celle correspondant au support de la charge totale de 2800 N distribuée de la façon indiquée au tableau 2.11. L'effet du changement de posture sur les moments requis à chaque niveau vertébral est évalué en imposant, de manière indépendante, des rotations inter-segmentales de 5° dans les deux directions du plan sagittal sur chaque vertèbre lombaire et sur le sacrum. Durant chaque analyse, il n'y a pas de rotations sagittales des autres vertèbres ainsi que de déplacements et de rotations de toute la structure dans les sens latéraux. Chaque simulation est effectuée en deux étapes de 25 incréments chacune : la première consiste à appliquer la charge totale de 2800 N en position neutre (sans rotations) et la deuxième sert à imposer la rotation inter-segmentale sur la vertèbre considérée. Douze simulations ont été effectuées pour les deux sens de la déviation sagittale des cinq vertèbres et du pelvis. Les figures A2.1 à A2.6 (situées en annexe II) représentent les variations des moments requis pour l'équilibre de la colonne lombaire en fonction des angles de flexion sagittale et d'extension de chaque vertèbre (L1 à L5) et du sacrum (S1). Une interpolation de la solution discrète obtenue par éléments finis nous a permis d'exprimer la variation de chaque moment en fonction des rotations inter-segmentales. Ces expressions représentent les termes de rotation dans la matrice de rigidité de la colonne lombaire soumise à la charge totale de 2800 N. Ces termes sont exprimés par les relations suivantes :

$$\begin{Bmatrix} M_{L1} \\ M_{L2} \\ M_{L3} \\ M_{L4} \\ M_{L5} \\ M_{S1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5,103 \\ -18,604 \\ -11,155 \\ 0,1876 \\ 19,502 \\ 6,781 \end{Bmatrix} + 10^{-3} \begin{bmatrix} K_{11} & -802,82 & -802,82 & -802,82 & -802,82 & -802,82 \\ K_{21} & K_{22} & -1913,1 & -1913,1 & -1913,1 & -1913,1 \\ 0 & K_{32} & K_{33} & -2027,4 & -2027,4 & -2027,4 \\ 0 & 0 & K_{43} & K_{44} & -2057,6 & -2057,6 \\ 0 & 0 & 0 & K_{54} & K_{55} & -1872,3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{65} & -366,81 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{L1} \\ \theta_{L2} \\ \theta_{L3} \\ \theta_{L4} \\ \theta_{L5} \\ \theta_{S1} \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

où M_{L1} à M_{S1} représentent les moments (en N.m) nécessaires à chaque niveau de la colonne lombaire et au pelvis pour l'équilibre du corps sous l'effet des rotations sagittales θ (exprimées en degrés) de chaque niveau lombaire (L1 à L5) et du sacrum (S1). K_{ij} représentent les éléments non-linéaires de la matrice de rigidité en rotation, définis par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 K_{11} &= -3,7714\theta_{L1}^3 + 36,624\theta_{L1}^2 + 156,2\theta_{L1} + 13091 & K_{43} &= 10,291\theta_{L3}^3 - 43,766\theta_{L3}^2 - 31625\theta_{L3} - 20425 \\
 K_{21} &= 3,1731\theta_{L1}^3 - 38,086\theta_{L1}^2 - 13631\theta_{L1} - 21648 & K_{44} &= 9,7801\theta_{L4}^3 + 41,815\theta_{L4}^2 - 31636\theta_{L4} - 56518 \\
 K_{22} &= -3,8917\theta_{L2}^3 + 37,679\theta_{L2}^2 + 16332\theta_{L2} + 23279 & K_{54} &= -8,6409\theta_{L4}^3 - 42,952\theta_{L4}^2 + 27572\theta_{L4} - 20457 \\
 K_{32} &= 3,2354\theta_{L2}^3 - 39,145\theta_{L2}^2 - 13685\theta_{L2} - 22061 & K_{55} &= 0,4953\theta_{L5}^3 + 107,19\theta_{L5}^2 - 11536\theta_{L5} + 11973 \\
 K_{33} &= -10,989\theta_{L3}^3 + 43,226\theta_{L3}^2 + 34022\theta_{L3} - 9,8634 & K_{65} &= -0,0536\theta_{L5}^3 - 106,65\theta_{L5}^2 + 101,69\theta_{L5} - 31478
 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Le modèle analytique que nous venons d'établir est valable uniquement pour des rotations inter-segmentales n'excédant pas 5° dans chaque coté du plan sagittal (flexion ou extension). Ce modèle peut être, aussi, écrit sous la forme simplifiée suivante :

$$M_i = M0_i + k_{\alpha\beta} \theta_j \quad (2.8)$$

où $i, j = L1 \text{ à } S1$ et $\alpha, \beta = 1 \text{ à } 6$; $M0_i$ représentent les moments d'équilibre pour la posture neutre (sans rotations).

Nous constatons dans les relations (2.6) et (2.7) que la matrice de rigidité de la structure n'est pas symétrique; ceci est dû d'une part à la non-symétrie géométrique de la colonne lombaire dans le plan sagittal, et d'autre part à la non-symétrie de comportement au niveau segmentaire entre la flexion et l'extension. Il a été remarqué, au cours des analyses de mouvements dans le plan sagittal, que la structure n'est pas sensible à sa déviation géométrique latérale. Par conséquent, seule la géométrie dans le plan (XZ) est considérée pour la suite des analyses.

L'analyse du comportement décrit par les relations (2.6) et (2.7) nous fournit plusieurs informations sur la synergie du système passif de la colonne lombaire humaine. Ainsi, pour une variation de rotations inter-segmentales au niveau d'une vertèbre, une déflexion est produite au niveau des disques voisins. Toutes les vertèbres supérieures ainsi que la vertèbre juste en dessous du disque déformé auront besoin d'une variation de moment, soit par l'effet du déplacement sagittal entraînant une variation des bras de leviers des forces appliquées ou par l'effet de la déformation non-linéaire des disques auxquels elles sont attachées. Ces variations de moments sont non-linéaires pour les vertèbres qui sont attachées aux deux disques voisins de la vertèbre sur laquelle la rotation est imposée.

2.3.3 Évaluation des critères de performance des postures

Le modèle analytique décrivant la rigidité de la colonne lombaire en rotations inter-segmentales est utilisé pour évaluer les fonctions objectifs proposées dans cette étude. Chacune des trois fonctions objectifs décrites par les relations (2.4) et (2.5) définit un critère de performance donnant lieu à une posture donnée. L'analyse de ces fonctions nous permet d'identifier les meilleures conditions géométriques (rotations inter-segmentales) pour le support de la charge totale de 2800 N. Pour la recherche des solutions optimales relatives aux critères considérés, nous utilisons une approche combinée basée sur l'optimisation des performances et la validation des résultats sur le modèle éléments finis. Le schéma de la figure 2.16 est adopté pour la recherche de la meilleure posture pour les conditions de charges données.

La boîte à outil d'optimisation, fournie avec le logiciel MATLAB (ver. 4.2c.1), offre une diversité d'algorithmes et de stratégies de recherches de lignes de convergence pour les problèmes d'optimisation avec contraintes. La méthode de décomposition quadratique (Sequential Quadratic Programming : SQP) représente actuellement une des meilleures méthodes non-linéaires (MATLAB ver. 5.2- Optimization Toolbox/User's guide, 1994).

Les analyses effectuées permettent de déterminer les rotations sagittales qui respectent chacun des critères imposés. Le point de départ considéré pour la recherche de la solution optimale est obtenu par une approche essai-erreur sur le modèle simplifié de type poutres.

Ce point de départ est donné par les valeurs des rotations inter-segmentales suivantes : $\theta_{L1}=-4^\circ$, $\theta_{L2}=-3^\circ$, $\theta_{L3}=-2^\circ$, $\theta_{L4}=-1^\circ$, $\theta_{L5}=-4^\circ$ et $\theta_{S1}=4^\circ$. Le critère de convergence est fixé à 10^{-12} pour les variables, les fonctions objectifs et leurs dérivées.

2.4 ÉVALUATION DES FORCES MUSCULAIRES : UNE APPROCHE COMBINÉE OPTIMISATION-MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

Compte tenu des difficultés des mesurer directement l'activité musculaire, l'intérêt majeur de l'analyse du système actif de la colonne vertébrale réside dans la prédiction des forces que les muscles auraient à produire. Toutes les études théoriques réalisées sur la biomécanique du système actif de la colonne lombaire introduisent la géométrie des muscles par leurs lignes d'action. Toutefois, l'orientation des muscles change avec le mouvement des vertèbres et du pelvis.

Les travaux réalisés sur le sujet de l'évaluation des forces musculaires durant les tâches industrielles nous a conduit à considérer la proposition de Shirazi-Adl et Parnianpour (1996) à l'effet de calculer les forces musculaires par une approche combinant, à la fois, les critères de performance optimale des systèmes nerveux et musculaire et l'utilisation de la méthode hybride des éléments finis pour prédire l'équilibre du système actif-passif de la colonne lombaire. L'originalité du travail que nous proposons ici réside dans la conception d'un algorithme de calcul permettant d'implanter cette approche que nous testons pour un cas statique avec une charge de 2800 N en position quasi-neutre et symétrique.

2.4.1 Schéma de l'algorithme

L'algorithme pour évaluer les forces musculaire est schématisé à la figure 2.17. Dans cet organigramme, le support d'un poids de 2800 N est introduit pour mieux illustrer les étapes de calcul. Cet algorithme fait appel aux conditions géométriques de la posture optimale décrites précédemment pour prédire les déplacements du tronc musculaire par rapport aux vertèbres. Ces conditions optimales sont introduites par la méthode hybride des éléments finis afin d'assurer la compatibilité entre les forces et les rotations appliquées sur tous les niveaux de la structure. Cette méthode nous permet aussi de contourner le problème de la stabilité mécanique souvent rencontré lors de l'application des gros chargements. La géométrie déformée de l'ensemble du système actif-passif nous permet d'écrire les équations d'équilibre sur chaque niveau de la colonne lombaire en appliquant le diagramme du corps libre réalisé par une coupe imaginaire au niveau considéré. Un chiffrier électronique (EXCEL de Microsoft) est utilisé pour l'établissement des équations d'équilibre à partir de la géométrie déformée du système actif-passif. Ces équations sont obtenues en se basant sur les mouvements en grands déplacements des points d'insertion et d'origine des muscles considérés comme étant rigidement liés aux centroïdes des vertèbres. Dans notre cas, vu la symétrie latérale du système musculo-squelettique et les forces/rotations exercées dans le plan sagittal, deux équations de forces et une équation de moment sont suffisantes pour exprimer l'équilibre local sur niveau lombaire. Dans ces équations d'équilibre, tous les muscles attachés au niveau considéré seront représentés par leurs forces dirigées selon leurs lignes d'action

dans la position déformée. Cependant, les muscles ne peuvent exercer de force qu'en tension. Par conséquent, l'équilibre du niveau lombaire dans les directions axiale et horizontale ne peut être satisfait du fait que lors de la détermination des moments d'équilibre, aucune force n'a été appliquée dans ces directions. La seule équation qui peut être satisfaite est celle des moments produits par les forces musculaires pour maintenir l'équilibre local au niveau considéré. L'optimisation offre la seule issue à la résolution de ce problème hyperstatique. À ce moment, le choix du critère de performance (fonction objectif et équations de contraintes) est judicieux, car ce choix doit prendre en considération le mode d'activation musculaire. Les solutions optimales du problème représentent les forces musculaires qui satisfont l'équilibre mais qui respectent aussi le processus du réflexe humain. La projection de ces forces dans les deux directions du plan sagittal donnera naissance à des forces non balancées qui s'ajouteront aux pénalités musculaires tant que la convergence de l'algorithme n'est pas atteinte. Ces pénalités musculaires ne sont autres que les projections des forces musculaires dans les deux directions horizontale et axiale qui seront considérées dans la mise à jour des calculs par éléments finis pour prédire la nouvelle cinématique ainsi que les nouveaux moments sagittaux nécessaires pour l'équilibre total du système. Le critère de convergence de l'algorithme est défini comme le rapport des résultantes des forces non balancées par les forces musculaires; ce rapport ne doit pas dépasser la valeur de 10^{-12} . Durant toutes les itérations effectuées, la posture optimale est définie par des rotations inter-segmentales fixes déjà définies dans l'étape précédente. Cependant, lors de la détermination de la posture optimale, nous n'avons pas pris en considération les forces musculaires dans le

bilan des forces appliquées. Afin de vérifier la validité du critère d'optimalité de la posture, une étape de vérification est nécessaire. À cet effet, si c'est nécessaire, une nouvelle série de calculs est effectuée pour définir la nouvelle posture optimale tenant compte des pénalités musculaires; ainsi, les forces musculaires associées seront calculées par la procédure déjà décrite.

2.4.2 Protocoles d'optimisation des forces musculaires

Beaucoup de travaux théoriques et expérimentaux ont été effectués afin de comprendre le processus selon le quel les muscles sont activés. Certaines constatations indiquent, que dans les conditions normales, le système nerveux permet d'optimiser l'effort à fournir pour l'accomplissement des tâches quotidiennes. Plusieurs approches ont contribué au développement de modèles d'optimisation traduisant les critères de performance du système musculaire au niveau de la colonne vertébrale. Nous proposons dans cette étude d'utiliser quatre fonctions objectifs suggérées par plusieurs chercheurs. Ces fonctions font toutes intervenir l'activité musculaire sous plusieurs formes mathématiques, (relations 2.9).

$$\begin{aligned}
f_{MUS_1} &= \min \sum_{i=1}^n (F_{mus})_i \\
f_{MUS_2} &= \min \sum_{i=1}^n (F_{mus} / A_{mus})_i \\
f_{MUS_3} &= \min \sum_{i=1}^n (F_{mus} / A_{mus})_i^3 \\
f_{MUS_4} &= \min \sum_{i=L1-L2}^{L5-S1} |V_i|
\end{aligned}
\tag{2.9}$$

où n représente , pour les trois premières fonctions, le nombre de muscles sur le même niveau lombaire. Pour le cas de la dernière fonction, tous les muscles du modèle anatomique sont inclus dans la même fonction objectif.

La première fonction est exprimée par la minimisation des forces musculaires, tandis que les deux autres font appel aux contraintes de tension dans les muscles. A_{mus} étant l'aire de la section droite du muscle développant la force de tension F_{mus} . Les fonctions exprimées en termes de contraintes musculaires sont différentes entre elles par leurs puissances de 1 et de 3; celles exprimée par la somme des contraintes cubiques est recommandée dans la littérature du fait qu'elle fournit des résultats plus proches que ceux prédits expérimentalement par la méthode EMG (Hughes et al., 1994). La dernière fonction est exprimée en termes de la somme des valeurs absolues des résultantes de forces de cisaillement (V_i) projetées dans les repères locaux des disques intervertébraux; le cisaillement au niveau d'un disque doit prendre en considération toutes les forces extérieures, les charges de gravité et les forces muscles appliquées aux parties supérieures

du niveau en question. L'expression de la fonction f_{MUS_4} change, par conséquent, d'une itération à l'autre en fonction de la géométrie du système actif-passif. Cette fonction nécessite plus de soins dans la formulation afin d'exprimer l'équilibre des forces de cisaillement pour dans chaque repère local des 5 disques intervertébraux.

Toutes ces fonctions objectifs sont toutefois soumises à des contraintes de types égalité et inégalité exprimées par les relations (2.10).

$$\sum_{i=1}^n M(F_{\text{mus}})_i = M_{\text{Equilibre}} \quad : \text{Équilibre des moments produits par les forces musculaires}$$

$$F_{\text{mus}} \geq 0 \quad : \text{Forces musculaires de tension} \quad (2.10)$$

$$\sigma_{\text{mus}} = \frac{F_{\text{mus}}}{A_{\text{mus}}} \leq 40 \text{ N / cm}^2 \quad : \text{Limite admissible de la contrainte musculaire de tension}$$

La première équation traduit l'équilibre des moments que doit assurer les forces musculaires. La seconde condition exprime le fait que les fibres des muscles ne génèrent que des forces de tension (considérées comme positives par convention), et la dernière inégalité est relative à la contrainte admissible par les tissus musculaires.

2.4.3 Exemple d'application

La condition testée par l'algorithme est celui de la colonne lombaire supportant une charge totale de 2800 N. La distribution de cette charge a été décrite au tableau 2.11. La posture optimale définie par la fonction f_{POSTURE_3} avec $m=0,2$ N.m est utilisée afin de respecter le pouvoir des muscles à produire les moments d'équilibre. Le modèle éléments finis de type poutres est utilisé pour la mise à jour de la géométrie déformée et pour prédire les moments nécessaires pour l'équilibre. Pour chaque itération, 50 incréments réalisés en deux étapes permettent, dans la première, d'appliquer d'abord les forces de gravité, la charge extérieure et les pénalités musculaires (projections des forces musculaires dans le repère global) sur leurs points d'application; la deuxième étape sert à imposer les rotations sagittales correspondant à la posture optimale. Pour chaque itération de l'algorithme, les équations d'équilibre sont mises à jour et l'optimisation est effectuée en prenant en compte toutes les contraintes égalité et non égalité.

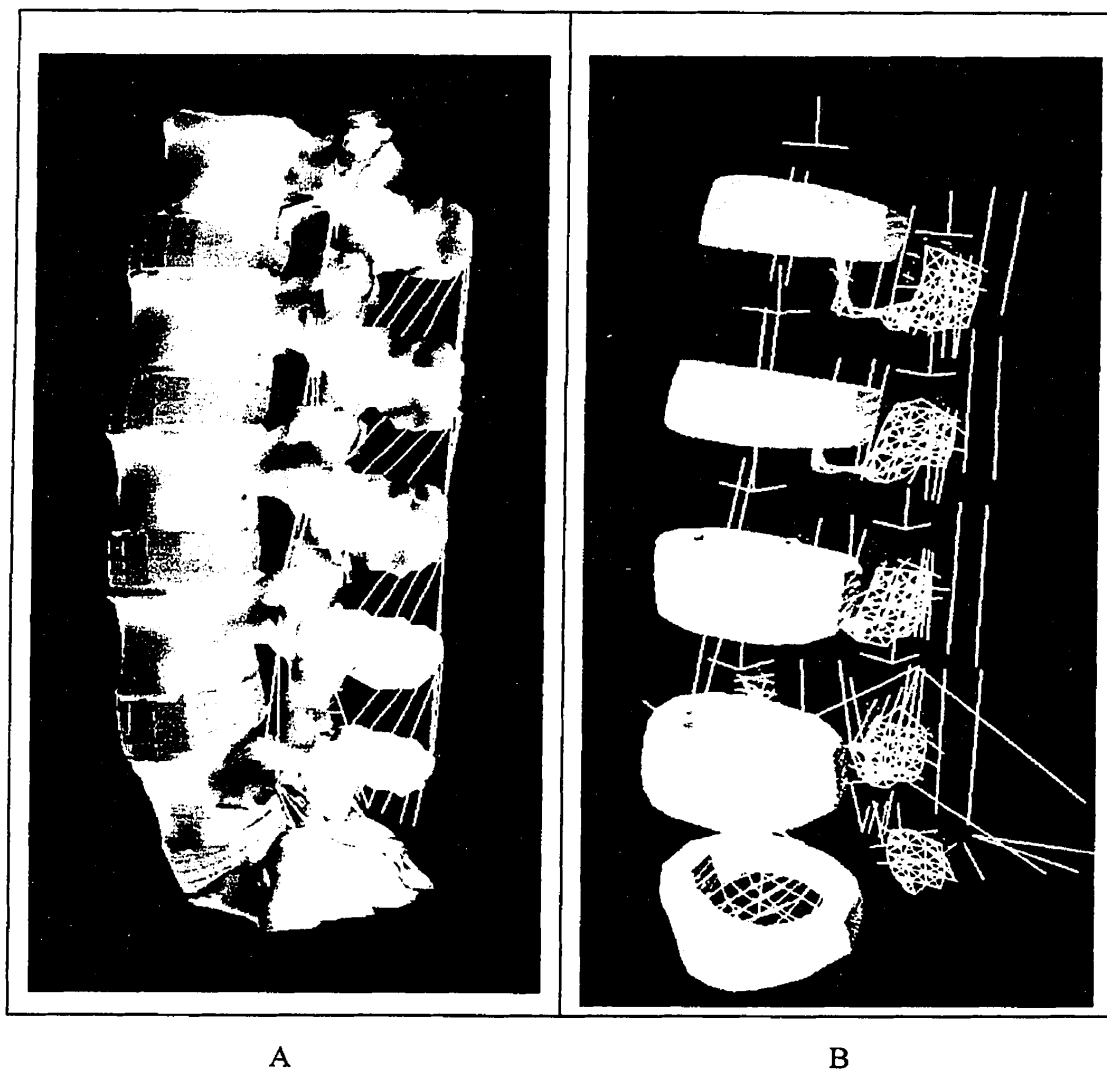


Figure 2.1. Géométrie du modèle éléments finis détaillé de la colonne lombaire développé par Shirazi-Adl (1994).

- A. Vue intérieure latérale montrant les vertèbres, les disques et les ligaments.
- B. Modélisation détaillée des disques intervertébraux par des anneaux à couches composites renforcées par des fibres de collagène à $\pm 27^\circ$ et un noyau rempli de fluide.

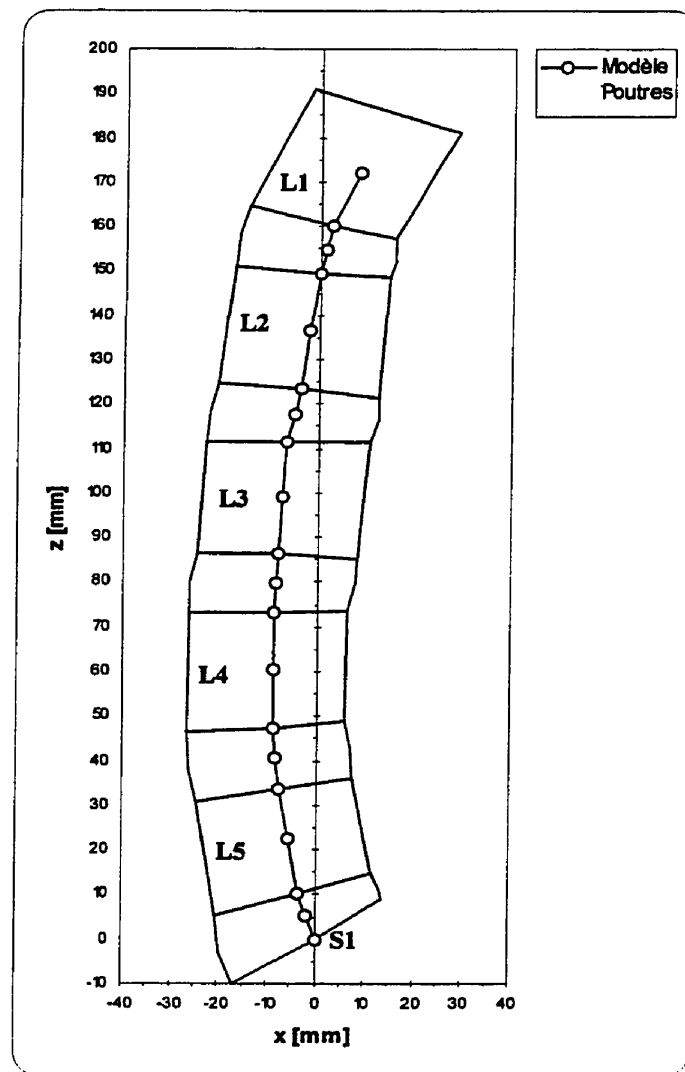


Figure 2.2. Géométrie simplifiée de la colonne lombaire humaine considérée pour le développement du modèle de type poutres.

x : Direction sagittale, z : Direction axiale.

L1 à L5 : Vertèbres de la colonne lombaire, S1 : Sacrum.

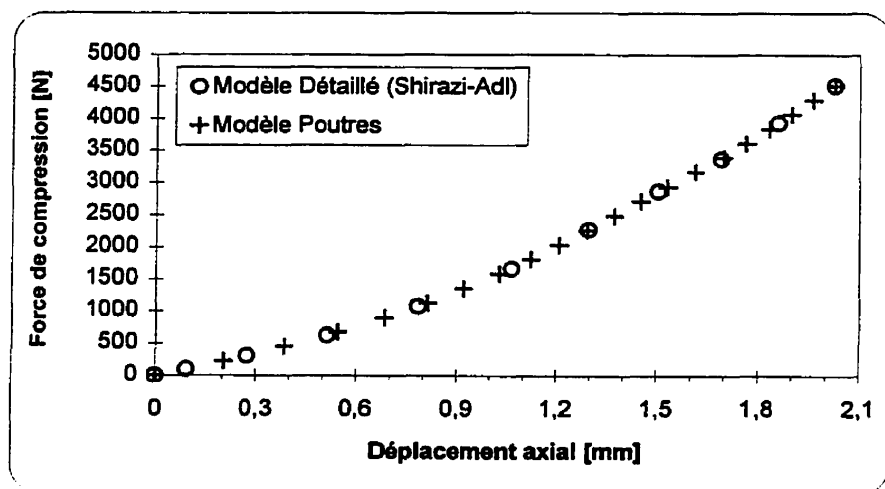


Figure 2.3. Réponse du segment fonctionnel L2-L3 en compression.

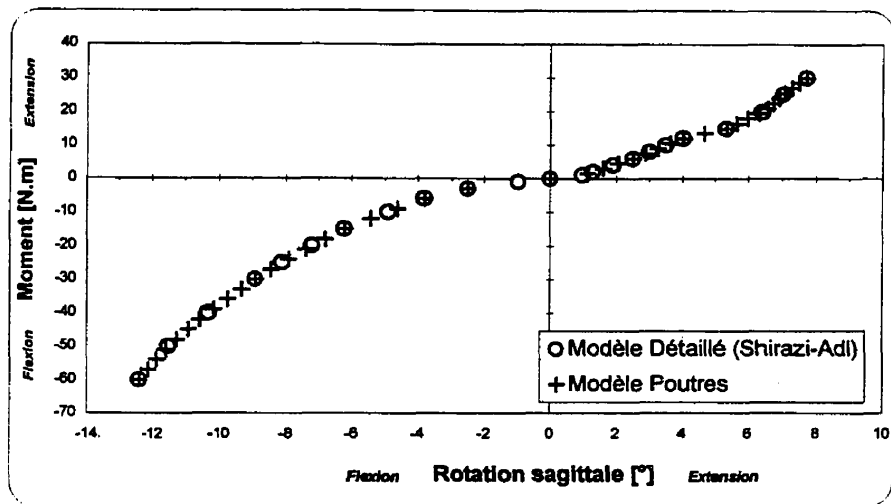


Figure 2.4. Réponse du segment fonctionnel L2-L3 en flexion/extension.

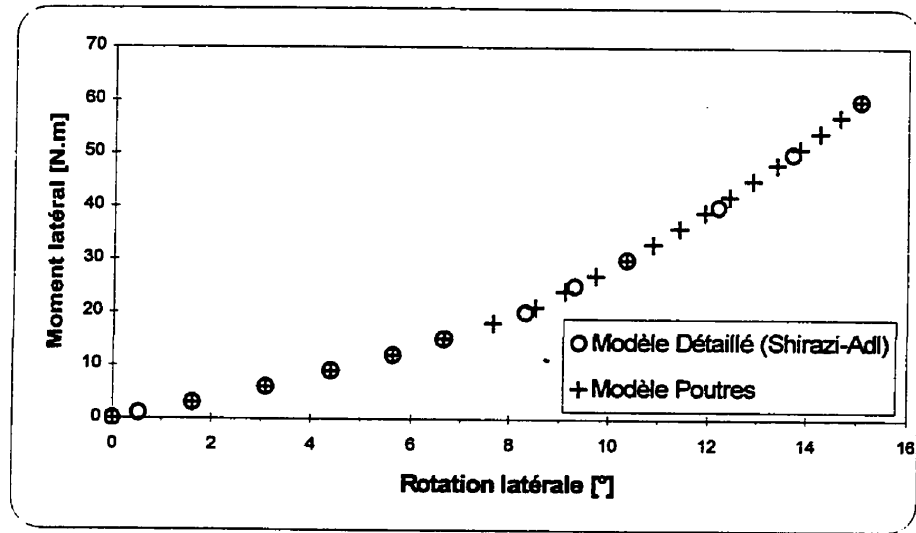


Figure 2.5. Réponse du segment fonctionnel L2-L3 en flexion latérale.

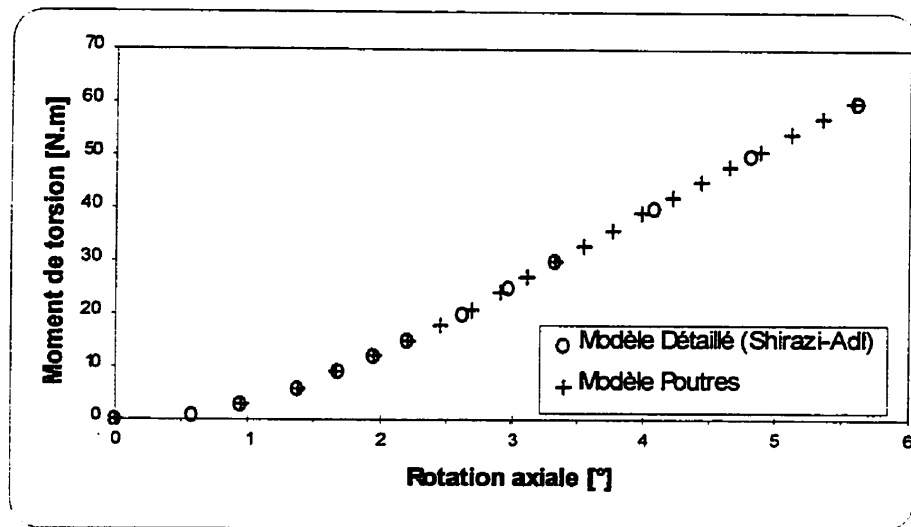


Figure 2.6. Réponse du segment fonctionnel L2-L3 en torsion.

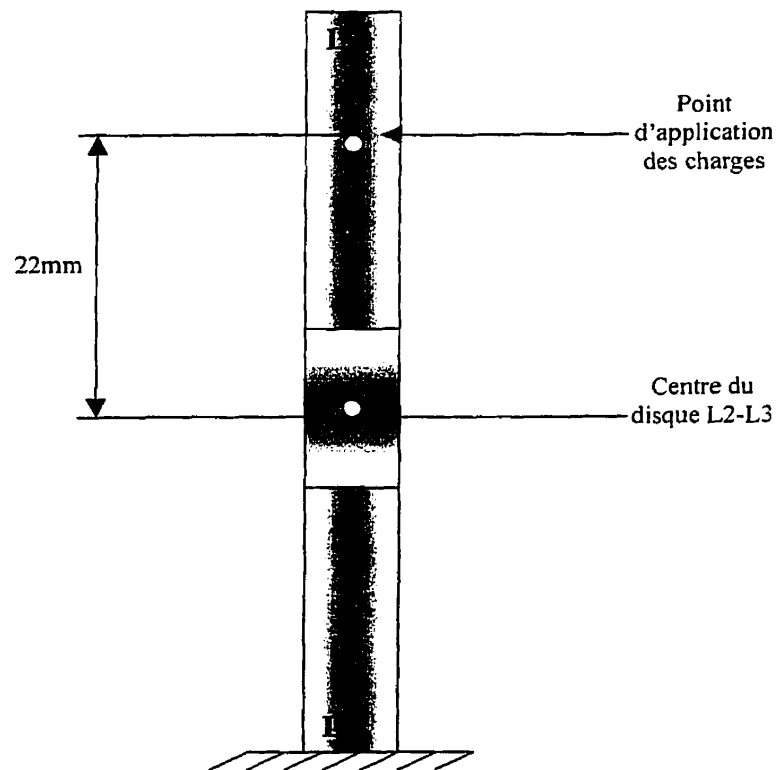


Figure 2.7. Point d'application des charges combinées sur le segment L2-L3.

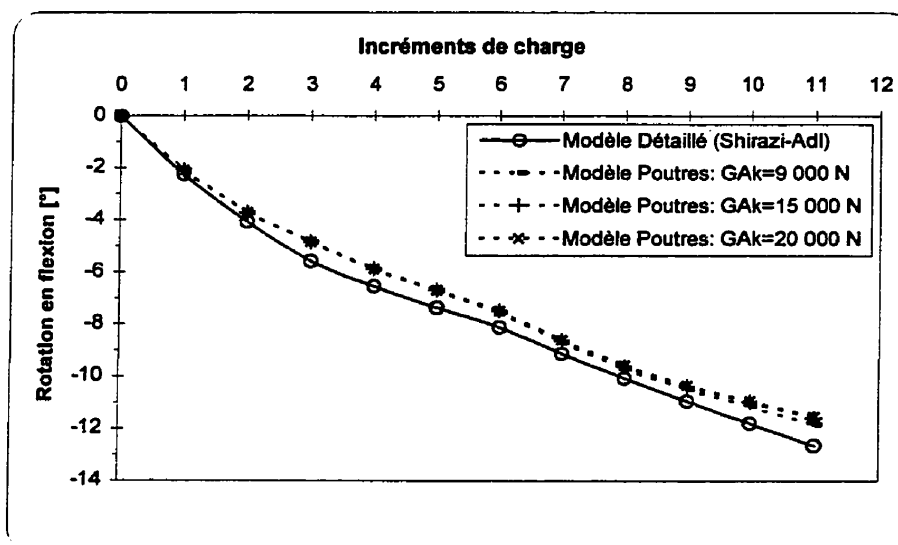


Figure 2.8. Valeurs de la rotation en flexion produites par les deux modèles pour le cas 1 de charges combinées.

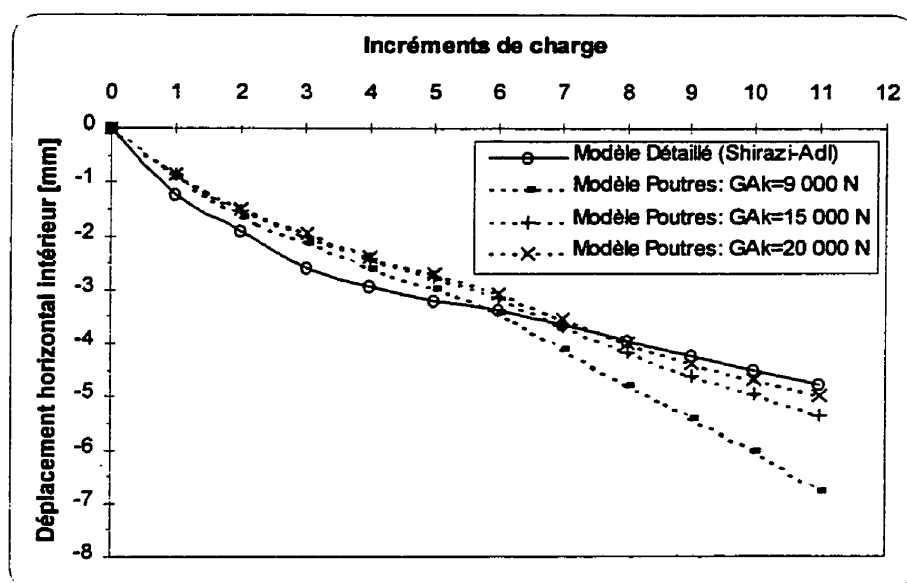


Figure 2.9. Valeurs du déplacement horizontal produites par les deux modèles pour le cas 1 de charges combinées.

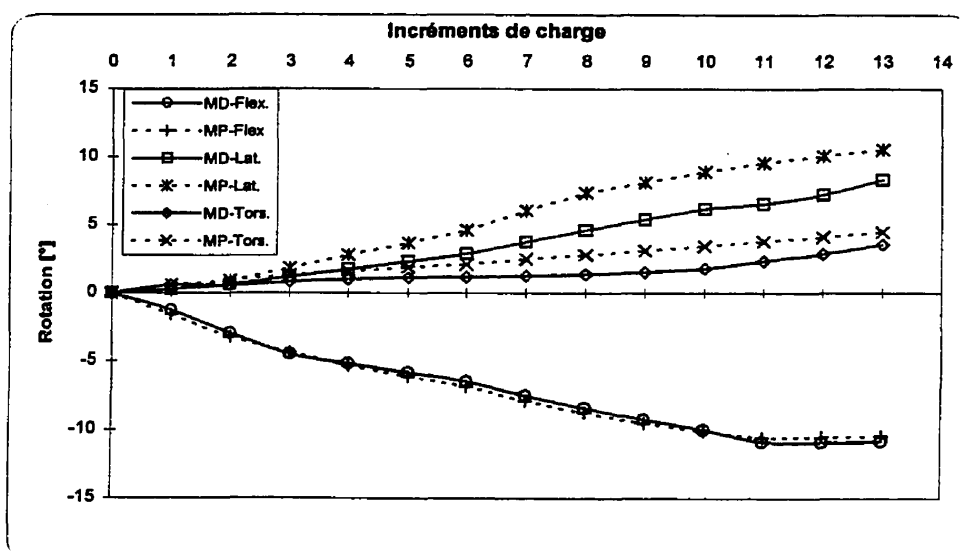


Figure 2.10. Valeurs des rotations produites par les deux modèles pour le cas 2 de charges combinées.

Flex. : Rotation en flexion sagittale, Lat. : Rotation en Flexion latérale, Tors. : Rotation en Torsion, MD : Modèle Détaillé (Shirazi-Adl, 1998), MP : Modèle Poutres avec $GAK=15000\text{ N}$.

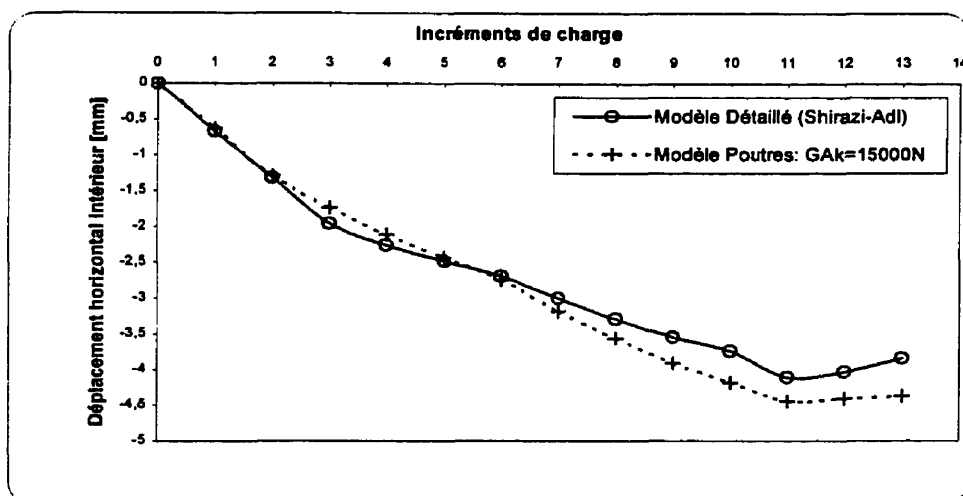


Figure 2.11. Valeurs du déplacement horizontal produites par les deux modèles pour le cas 2 de charges combinées.

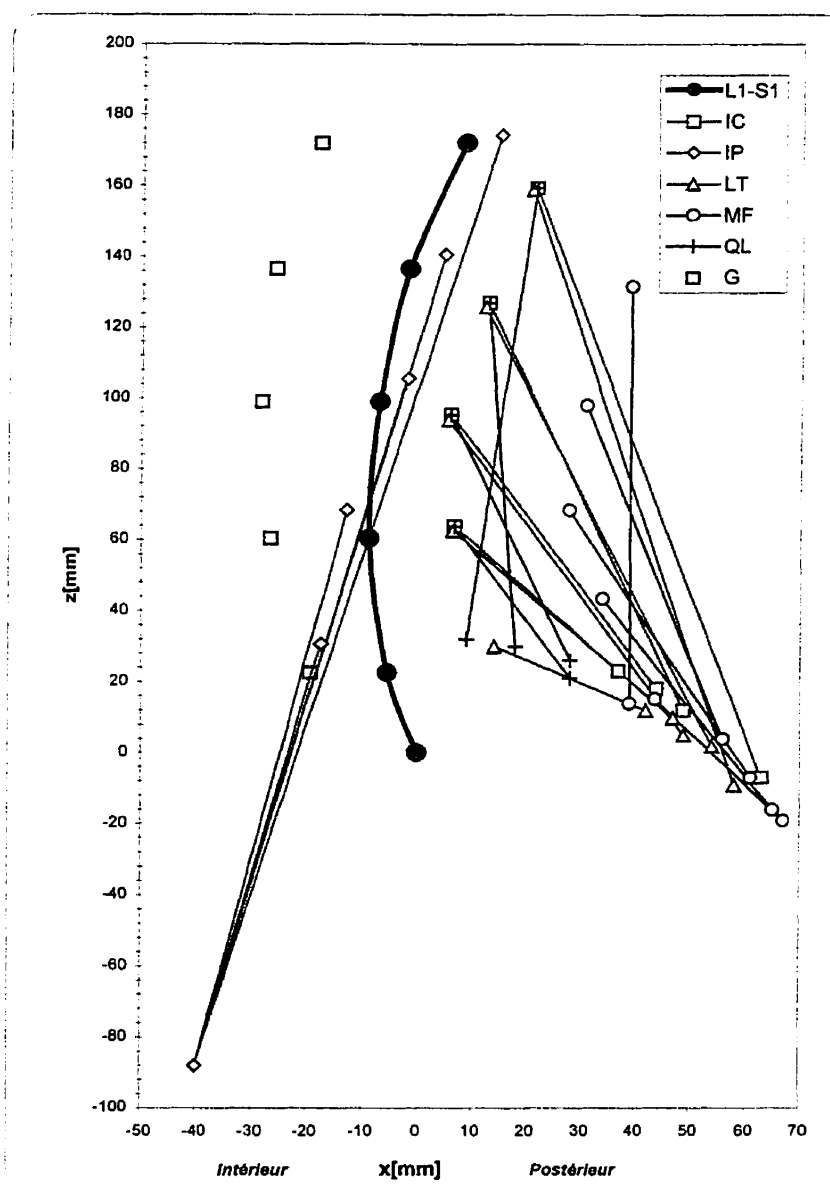


Figure 2.12. Vue sagittale de l'architecture des muscles locaux adoptée dans cette étude.

D'après les travaux de Kiefer et al. (1998), Bogduk et al. (1992) et Reid et al. (1994).

IC : iliocostalis lumborum pars lumborum, IP : iliopsoas, LT : longissimus thoracipars

lumborum, MF : multifidus, QL : quadratus lumborum,

L1-S1 : Colonne lombaire non déformée, G : Points d'application de la charge de gravité.

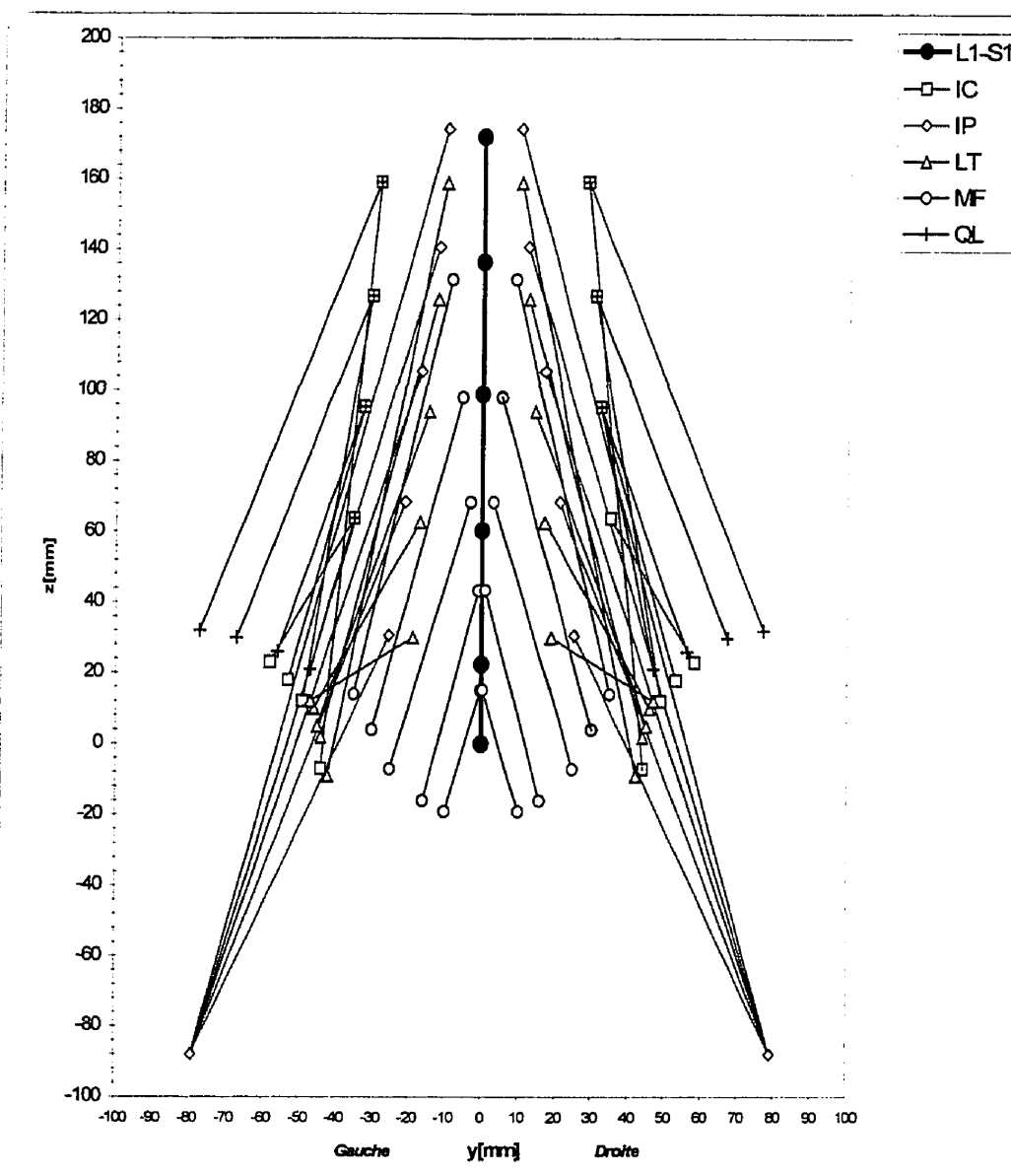


Figure 2.13. Vue latérale de l'architecture des muscles locaux adoptée dans cette étude.

D'après les travaux de Kiefer et al. (1998), Bogduk et al. (1992) et Reid et al. (1994).

IC : iliocostalis lumborum pars lumborum, IP : iliopsoas, LT : longissimus thoracic pars lumborum, MF : multifidus, QL : quadratus lumborum,

L1-S1 : Colonne lombaire non déformée.

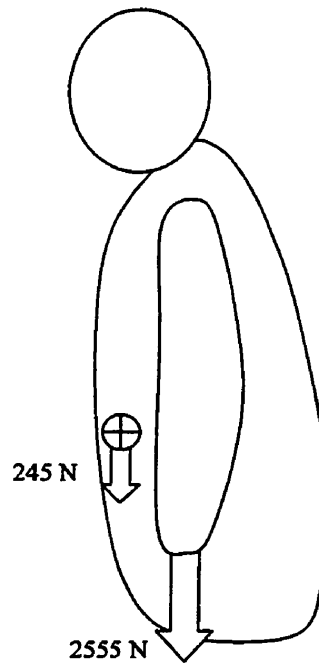


Figure 2.14. Corps humain supportant une charge totale de 2800 N en position droite symétrique.

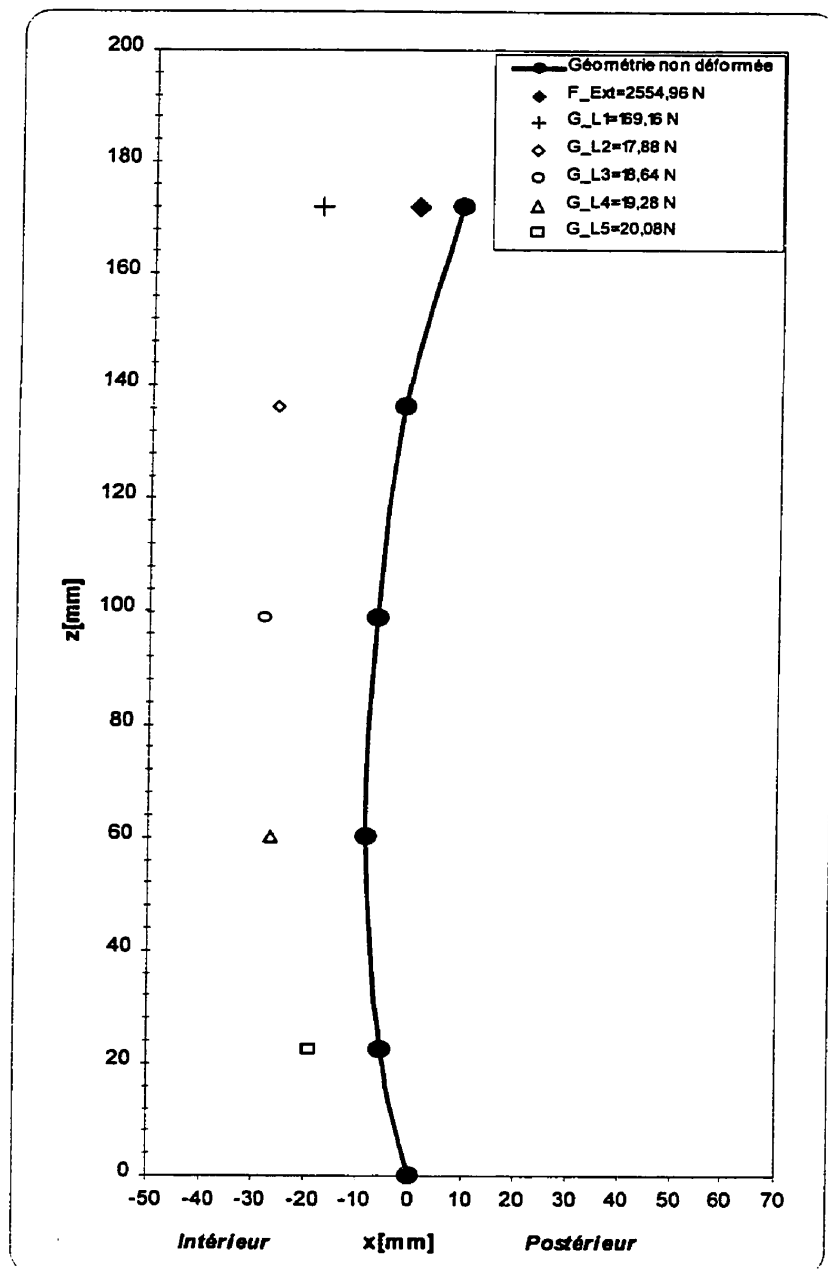


Figure 2.15. Distribution de la charge totale de 2800 N sur la colonne lombaire en position non déformée. G : Charges de gravité, F_{Ext} : Force extérieure appliquée dans le même sens que la gravitation terrestre.

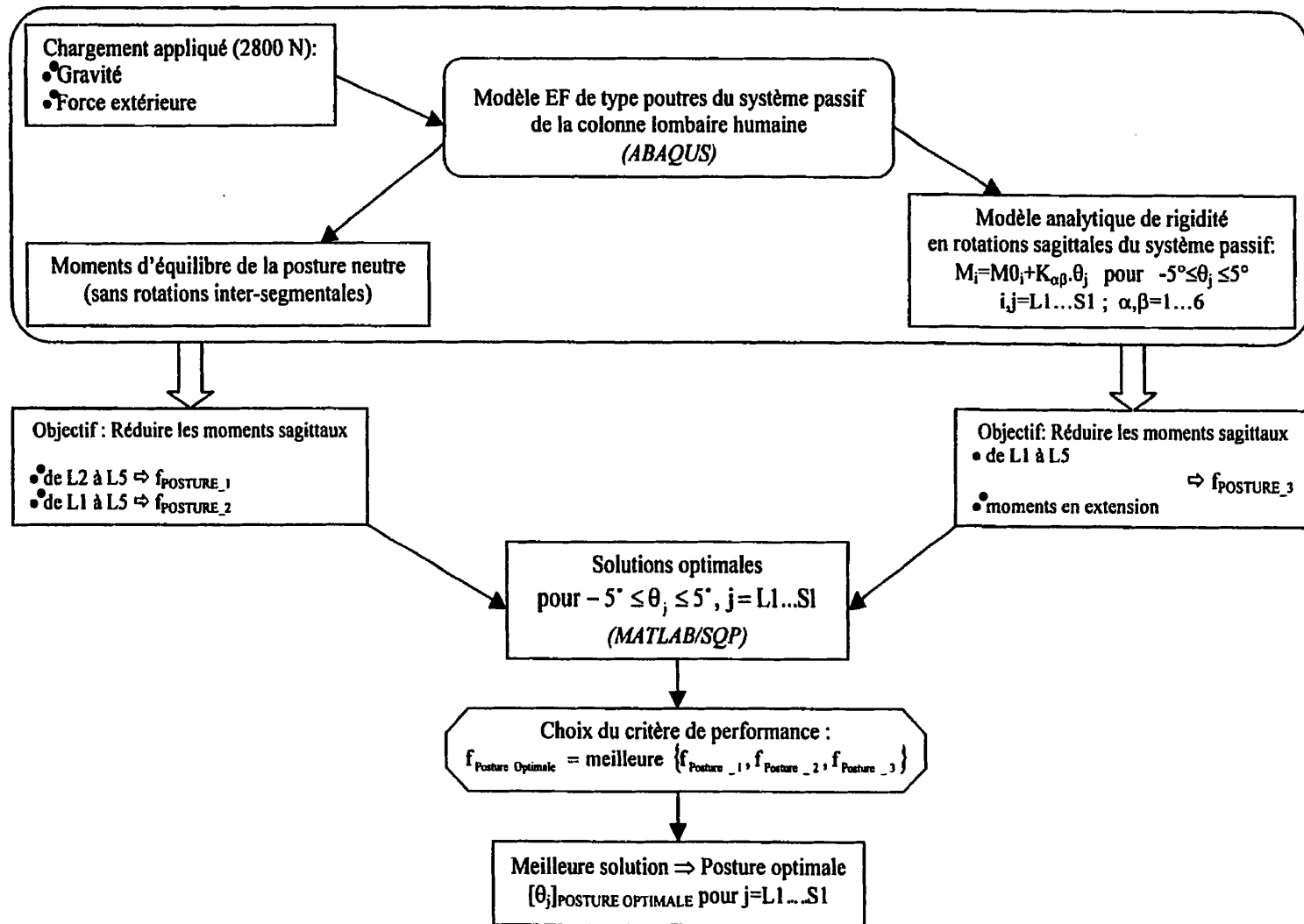


Figure 2.16. Schéma de la méthodologie utilisée pour la détermination de la posture optimale pour supporter la charge totale de 2800 N.

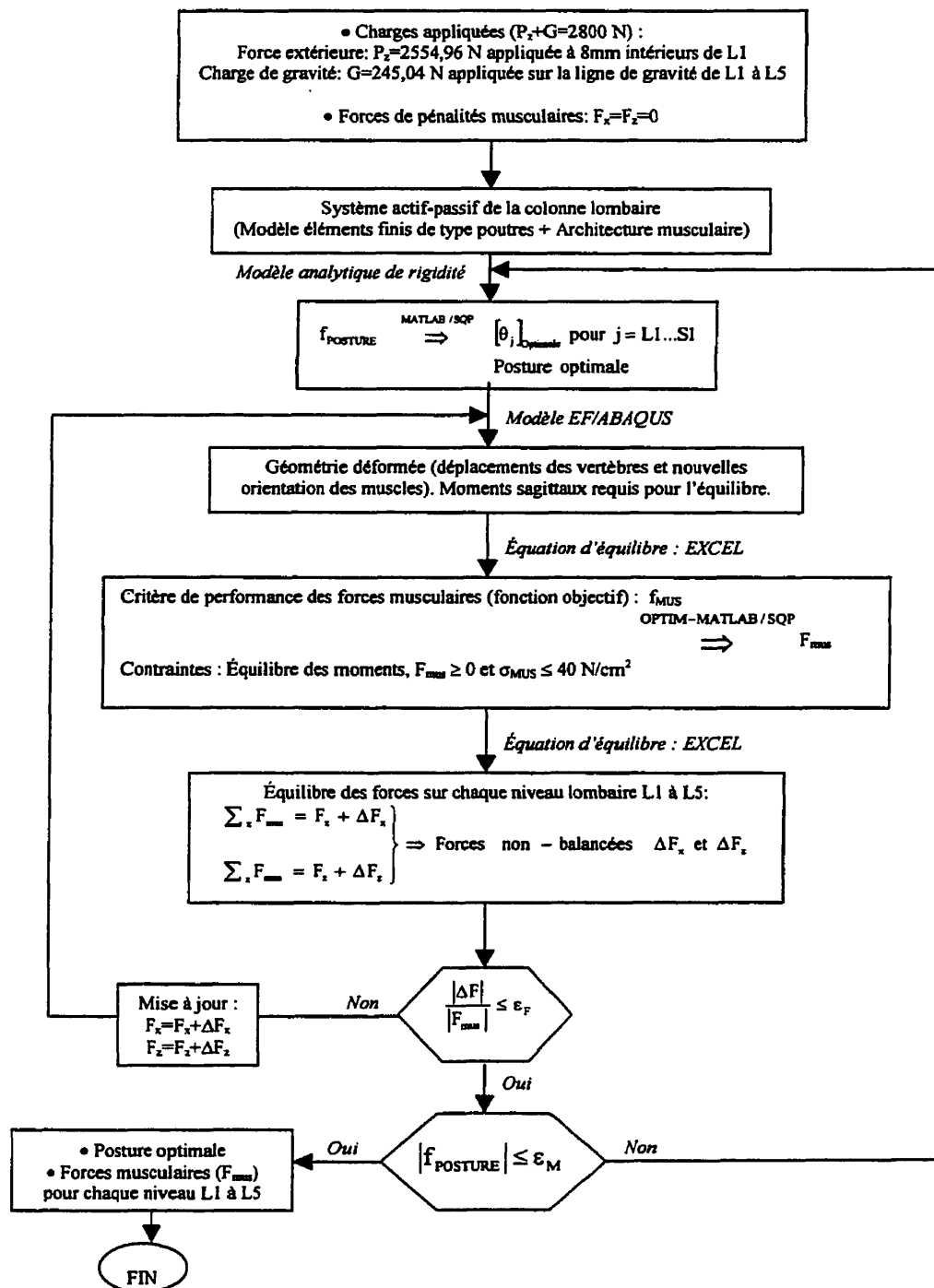


Figure 2.17. Schéma de l'algorithme d'évaluation des forces musculaires.

CHAPITRE III

RÉSULTATS

3.1 VALIDATION DU MODÈLE SIMPLIFIÉ DE LA COLONNE LOMBAIRE PASSIVE

Le modèle détaillé constituant le système passif de la colonne lombaire a été testé par Shirazi-Adl (1994) pour divers chargements. Ces tests ont été reproduits dans la présente étude pour valider le modèle de type poutres. Les tests réalisés ont été les suivants : la flexion sagittale, l'extension, la flexion latérale et la torsion axiale, ceci pour des moments de 10 N.m appliqués à la vertèbre L1. Enfin une simulation de l'élévation d'une charge de 2800 N « Lifting » a été effectuée.

3.1.1 Cas de moments purs

Le modèle simplifié de la colonne lombaire, représenté dans l'espace (xyz), est soumis à des moments purs dans toutes les directions des plans sagittal et latéral ainsi qu'à la torsion (figure 3.1). Pour chacun des cas, la base du disque L5-S1 est maintenue fixe dans toutes les directions (ceci représente le sacrum immobile lors des simulations). Pour tous les cas de moments purs considérés, les vertèbres de la colonne lombaires sont laissées libres. À cause de la déviation latérale de la structure, la torsion ainsi que la flexion

latérale dépendent du sens de l'application de la charge : à droite ou à gauche dans le plan latéral frontal de l'être humain. Les moments de 10 N.m sont appliqués individuellement sur la vertèbre L1 de manière incrémentale en 20 étapes. Les réponses obtenues sur ce modèle sont comparées à celles trouvées sur le modèle détaillé (figures 3.2 à 3.7).

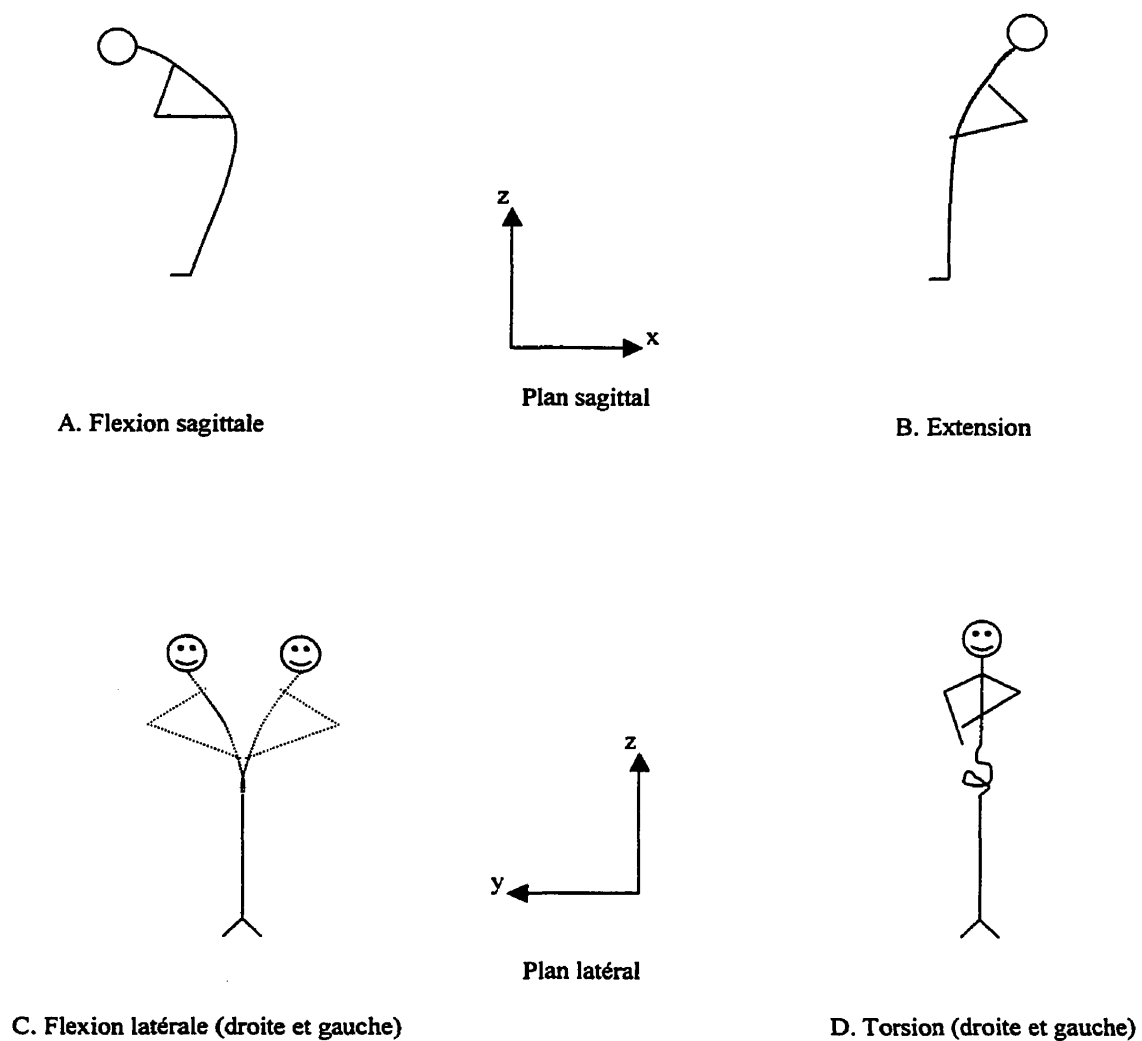


Figure 3.1. Moments purs appliqués sur la colonne lombaire humaine avec pelvis fixe.

Tableau 3.1. Convention de signes adoptée pour les moments et les rotations dans l'espace du corps humain.

	Flexion	Extension	Flexion latérale		Torsion axiale	
			A droite	A gauche	A droite	A gauche
Moment	$M_y < 0$	$M_y > 0$	$M_x < 0$	$M_x > 0$	$M_z < 0$	$M_z > 0$
Rotation	$\theta_y < 0$	$\theta_y > 0$	$\theta_x < 0$	$\theta_x > 0$	$\theta_z < 0$	$\theta_z > 0$
Déplacements	$U_x < 0$	$U_x > 0$	$U_y > 0$	$U_y < 0$	$U_z < 0$: sens de la compression	

La réponse du modèle détaillé montre que les segments lombaires sont plus flexibles en flexion qu'en extension; ceci est valable sur tous les niveaux de la colonne (figure 3.2), à l'exception de L5-S1 où les rigidités sont presque identiques. De plus, sur ce dernier niveau

(L5-S1), la rigidité en rotation latérale (à droite comme à gauche) est plus importante que sur les autres niveaux, et l'extension y présente moins de rigidité que les mouvements latéraux. Pour ce qui est du modèle poutres, le segment L5-S1 demeure le plus rigide; toutefois, tout comme son voisin (L4-L5), il présente plus de rigidité en flexion sagittale qu'en flexion latérale et en extension (figure 3.3). L'allure globale des rotations inter-segmentales est plus semblable, entre les deux modèles, sur les niveaux supérieurs. Les figures 3.4 et 3.5 présentent les rotations globales au niveau de la vertèbre L1. Ces valeurs ne sont autres que l'accumulation des rotations inter-segmentales pour les deux modèles comparés. Les déplacements axiaux dus à la torsion se produisent dans des sens opposés : dans le modèle simplifié de type poutres, la torsion de la colonne lombaire

produit une compression, alors qu'elle produit un allongement dans le modèle détaillé (figures 3.6 et 3.7).

3.1.2 Cas de l'élévation d'une charge de 2800 N en position de flexion (Lifting)

Une charge de 2800 N est appliquée sur la colonne lombaire passive en position neutre (sans rotations), puis une flexion est imposée pour simuler l'élévation d'une charge. La charge de 2800 N représente les forces de gravité des parties supérieures du corps (tête, bras et tronc), les forces dans les muscles globaux ainsi qu'un poids externe supporté. Les points d'applications des charges se situent aux centres des vertèbres. La charge totale est distribuée de la façon suivante : 80 % sur L1, 5 % sur L2, 5 % sur L3, 5 % sur L4 et 5 % sur L5. Le test est réalisé en deux étapes : la première impose la distribution indiquée de la charge totale en position neutre de la colonne lombaire, aucune rotation n'est permise; la seconde consiste à imposer des rotations sagittales en flexion sur les cinq vertèbres lombaires. Les rotations totales imposées sont les suivantes : 38° sur L1, 34° sur L2, 27° sur L3, 18° sur L4 et 7° sur L5. Le changement de la lordose lombaire correspondant est de 38°. Chaque étape est réalisée en 25 incréments. Durant toute la simulation, le pelvis est maintenu fixe et les rotations latérales des vertèbres sont empêchées. Les réponses des deux modèles de la colonne lombaire passive sont représentées sur les figures 3.8 et 3.9, où l'on constate la même allure des déplacements horizontaux et axiaux des vertèbres. Les moments nécessaires pour équilibrer la structure sous ce chargement hybride (forces/rotations imposées) sont montrés sur la figure 3.10. Ces moments servent à équilibrer les forces appliquées à des bras de leviers différents de la base S1 de la

colonne. Étant donné que le modèle simplifié présente une solution plus rigide, les moments nécessaires à l'équilibre sont aussi moins importants par rapport au modèle détaillé. Ces tests nous donnent aussi une idée sur les forces que les muscles attachés aux vertèbres doivent produire afin d'obtenir les moments nécessaires pour l'équilibre du corps.

3.2 VALIDATION DU MODÈLE ANALYTIQUE DE LA RIGIDITÉ EN ROTATION SAGITTALE DE LA COLONNE LOMBAIRE

Le modèle analytique de rigidité en rotations sagittales de la colonne lombaire est utilisé pour déterminer les rotations inter-segmentales qui minimisent les valeurs absolues des moments requis individuellement sur chaque niveau lombaire pour l'équilibre de la structure sous la charge totale de 2800 N. Ces tests d'optimisation servent pour la validation du modèle analytique, en comparant ses résultats aux réponses du modèle éléments finis, et à mieux comprendre la synergie du système passif.

Les analyses d'optimisation sont réalisées au moyen de la méthode de décomposition quadratique (SQP) de MATLAB. Cette méthode est utilisée pour minimiser, d'une façon individuelle, les moments pour chaque niveau lombaire (L1 à L5) et pour le sacrum (S1). Le point de départ utilisé dans cette recherche de solutions optimales est défini par les valeurs des rotations inter-segmentales suivantes : $\theta_{L1} = -5^\circ$, $\theta_{L2} = -4^\circ$, $\theta_{L3} = -3^\circ$, $\theta_{L4} = -1^\circ$, $\theta_{L5} = -3^\circ$ et $\theta_{S1} = 2,5^\circ$. Un critère de convergence fixé à 10^{-8} est choisi pour chacune des

variables, des fonctions objectifs et de leurs dérivées. Le tableau (3.2) montre les résultats obtenus.

D'après les résultats obtenus, nous concluons que le modèle analytique de rigidité prédit avec efficacité les réponses du modèle éléments finis de type poutres. Nous constatons aussi que les moments aux niveaux L3 à S1 sont indépendants des rotations des niveaux supérieurs non adjacents aux disques déformés; ce qui correspond aux expressions de la matrice de rigidité, (relation 3.3).

Tableau 3.2. Rotations inter-segmentales pour minimiser individuellement les moments sur chaque niveau L1 à S1.
(Indép. = indépendant).

Niveaux		L1	L2	L3	L4	L5	Sacrum: S1
Fonction objectif		Min M _{L1}	Min M _{L2}	Min M _{L3}	Min M _{L4}	Min M _{L5}	Min M _{S1}
Contraintes		-5°≤θ _j ≤5° j=L1 à S1					
Niveaux		Rotations inter- segmentales [°]					
L1/L2		-5	-4,67	Indép.	Indép.	Indép.	Indép.
L2/L3		-3,41	-4,03	-3,54	Indép.	Indép.	Indép.
L3/L4		-2,41	-2,9	-3,02	-1,82	Indép.	Indép.
L4/L5		-0,41	-0,9	-0,79	-1,25	0,5	Indép.
L5/S1		-2,41	-2,9	-2,79	-2,08	-3,79	1,73
S1/Repère		3,09	2,6	2,71	3,42	3,53	2,99
Itérations SQP/MATLAB		167	254	181	154	184	105
M [N.m]	Algorithme SQP/MATLAB	1,38 10 ⁻¹¹	1,78 10 ⁻¹⁴	5,54 10 ⁻¹²	1,9 10 ⁻¹²	4,9 10 ⁻¹¹	1,85 10 ⁻¹⁰
	Modèle analytique	1,38 10 ⁻¹¹	0	5,54 10 ⁻¹²	1,9 10 ⁻¹²	4,9 10 ⁻¹¹	-2,56 10 ⁻¹⁰
	Modèle EF ABAQUS	0,7166	0,4087	-0,2084	0,1696	-0,4367	-0,104

3.3 CONDITIONS GÉOMÉTRIQUES DE LA POSTURE « OPTIMALE »

Les tableaux 3.3, 3.4 et 3.5 illustrent les valeurs obtenues des rotations inter-segmentales ainsi que les moments requis sur chaque niveau lombaire pour les différentes fonctions objectifs définissant la posture optimale. Les valeurs montrent que les rotations en flexion des cinq niveaux lombaires et l'horizontalisation du pelvis réduisent considérablement les moments des niveaux considérés L1 à L5 (figures 3.11 et 3.12). La différence entre les prédictions du modèle analytique par rapport aux résultats du modèle éléments finis (par ABAQUS) est due aux erreurs d'interpolation et d'arrondis des courbes de comportement en rotations sagittales (figures A2.1 à A2.6). La minimisation des moments est accompagnée d'un changement de la lordose lombaire d'une valeur d'environ 20° pour tous les cas analysés (figure 3.13). Les résultats obtenus par la fonction objectif f_{POSTURE_3} montrent une légère croissance du changement de la lordose lombaire en fonction des moments d'extension imposés sur chaque vertèbre. Les erreurs de prédictions du modèle analytique ont provoqué certains moments de flexion malgré les valeurs imposées du paramètre m variant de 0 à 0,2 N.m en extension sur tous les niveaux lombaires. Nous constatons aussi, dans le cas de cette fonction, que plus l'amplitude imposée aux moments d'extension augmente, plus les moments de flexion disparaissent; le cas de $m=0,2$ N.m présente ainsi un seul moment de flexion situé au niveau L5. Pour m variant de 0 à 0,2 N.m, les valeurs obtenues des moments demeurent raisonnables et, par conséquent, peuvent être générées par les muscles pour l'équilibre du tronc.

L'analyse des performances de la colonne lombaire ne peut être effectuée indépendamment de l'architecture musculaire. L'anatomie des muscles locaux doit être prise en considération afin d'interpréter dans les critères de performances recherchées toutes les capacités du système actif-passif de la colonne lombaire. Les cas des critères de performances exprimés par les fonctions $f_{\text{POSTURE_1}}$, $f_{\text{POSTURE_2}}$ et $f_{\text{POSTURE_3}}$ pour $m=0$ ne peuvent pas correspondre avec le modèle anatomique que nous avons choisi; ce modèle est plus en accord avec les résultats obtenus par la fonction $f_{\text{POSTURE_3}}$ dans les cas où le paramètre m est égal à 0,1 N.m et 0,2 N.m. Le choix de la posture optimale dépend alors de l'architecture musculaire considérée; ce critère doit être pris en considération dans toute recherche de posture afin d'être compatible avec l'effort que les muscles peuvent fournir.

Il est plus approprié, pour le cas de notre modèle anatomique des muscles, de définir la posture optimale en utilisant les résultats obtenus par la fonction $f_{\text{POSTURE_3}}$ avec $m=0,2$ N.m. Cette fonction, malgré l'amplification de ses moments sagittaux par l'utilisation du paramètre m , semble fournir des résultats acceptables pour les moments nécessaires à l'équilibre du corps, tant pour leurs amplitudes que pour leurs sens d'application.

Tableau 3.3. Solution optimale par l'utilisation de la fonction f_{POSTURE_1} pour la détermination de la posture optimale supportant la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre.

Niveaux	Rotations inter-segmentales [°]	Rotations totales [°]	Valeurs des moments obtenus par le modèle analytique [N.m]	Valeurs des moments obtenus par EF/ABAQUS [N.m]
L1	-4,93	-10,97	0,661	1,116
L2	-3,31	-6,04	-0,386	-0,437
L3	-1,26	-2,73	-0,124	0,00996
L4	-1,96	-1,47	0,0986	-0,1316
L5	-4,3	0,49	0,11	-0,2579
S1	4,79	4,79	28,935	29,013
Variation de la lordose:	20,56		—	—
Itérations SQP/MATLAB:	605		—	—
Fonction objectif [N.m] $f_1 = \sum_{i=L2}^{L5} M_i $	Algorithme SQP/MATLAB 2,56 10 ⁻⁷	Modèle analytique :	Modèle EF/ABAQUS :	
		0,719	0,836	

Tableau 3.4. Solution optimale par l'utilisation de la fonction f_{POSTURE_2} pour la détermination de la posture optimale supportant la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre.

Niveaux	Rotations inter-segmentales [°]	Rotations totales [°]	Valeurs des moments obtenus par le modèle analytique [N.m]	Valeurs des moments obtenus par EF/ABAQUS [N.m]
L1	-4,99	-10,49	-0,0134	0,452
L2	-2,88	-5,5	-0,0326	0,1672
L3	-0,27	-2,62	-0,0121	-0,2438
L4	-2,03	-2,35	0,0027	-0,03398
L5	-4,49	-0,32	-0,0069	-0,7185
S1	4,17	4,17	31,067	31,508
Variation de la lordose:		18,83		
Itérations SQP/MATLAB:		625		
Fonction objectif [N.m]	Algorithme SQP/MATLAB		Modèle analytique :	Modèle EF/ABAQUS :
$f_2 = \sum_{i=L1}^{L5} M_i $	5,04 10 ⁻⁷		0,068	1,615

Tableau 3.5. Solutions optimales de postures pour les différentes valeurs de m par l'utilisation de la fonction f_{POSTURE_3} .

La charge supportée par le corps humain est de 2800 N en position quasi-neutre.

$\theta_{_IS}$: Rotations inter-segmentales, $\theta_{_T}$: Rotations totales.

	m=0				m=0,1 N.m				m=0,2 N.m			
Niveaux	$\theta_{_IS}$ [°]	$\theta_{_T}$ [°]	M analytique [N.m]	M EF/ABAQUS [N.m]	$\theta_{_IS}$ [°]	$\theta_{_T}$ [°]	M analytique [N.m]	M EF/ABAQUS [N.m]	$\theta_{_IS}$ [°]	$\theta_{_T}$ [°]	M analytique [N.m]	M EF/ABAQUS [N.m]
L1	-5	-10,57	-0,0009	0,477	-5	-10,7	0,1034	0,589	-5	-10,82	0,1998	0,6917
L2	-2,97	-5,57	-0,0104	0,0528	-3,02	-5,7	0,1083	0,1471	-3,07	-5,82	0,2059	0,2214
L3	-0,39	-2,6	0,0006	-0,139	-0,5	-2,68	0,1102	0,04111	-0,62	-2,75	0,1913	0,1778
L4	-2,01	-2,21	0,006	-0,0843	-2,02	-2,18	0,1066	-0,0454	-2,02	-2,13	0,2121	0,02037
L5	-4,46	-0,2	0,0114	-0,657	-4,45	-0,16	0,0725	-0,567	-4,43	-0,11	0,1851	-0,4129
S1	4,26	4,26	30,72	31,109	4,29	4,29	30,6059	30,976	4,32	4,32	30,3881	30,719
Variation de la lordose	19,09				19,28				19,46			
Itérations SQP/MATLAB	50				50				50			
Fonction Objectif [N.m] $f_3 = \sum_{i=L1}^{L5} M_i$ $M_i \geq m$	SQP/ MATLAB	Modèle analytique	Modèle EF/ABAQUS		SQP/ MATLAB	Modèle analytique	Modèle EF/ABAQUS		SQP/ MATLAB	Modèle analytique	Modèle EF/ABAQUS	
	2,66. 10 ⁻¹⁵	0,007	-0,35		0,5	0,502	0,164		1	0,994	1,524	

3.4 ÉVALUATION DES FORCES MUSCULAIRES EN POSITION QUASI-NEUTRE DE LA COLONNE LOMBAIRE

Durant cette étude, une tentative d'évaluation des forces musculaires pour la posture sans rotations sagittales s'est rapidement heurtée au problème de l'anatomie musculaire qui demeure incapable de générer les moments nécessaires pour l'équilibre ainsi que l'amplitude des moments qui engendrent des forces musculaires dépassant les limites permises par les tissus musculaires. Nous concluons que le rôle de la posture et du modèle anatomique dans l'évaluation des forces musculaires sont des critères très importants et qu'ils doivent être intégrés dans toutes les analyses du système actif-passif de la colonne lombaire.

Pour le cas de la posture optimale que nous considérons dans cette analyse, le calcul itératif effectué au moyen de l'algorithme schématisé par la figure 2.17 nous a permis d'évaluer les forces musculaires par leurs critères de performance exprimés par les relations (2.9) et (2.10). Les figures 3.17 et 3.18 présentent les valeurs obtenues des forces et des contraintes musculaires pour les quatre fonctions objectifs considérées (f_{MUS_1} à f_{MUS_4}). Les tableaux 3.6 à 3.8 indiquent, en plus, les valeurs des moments requis pour l'équilibre du corps ainsi que les valeurs des forces de pénalités musculaires dans le repère global de la structure. Toutes les valeurs des forces et des contraintes sont exprimées pour un seul muscle, la symétrie du système étudié implique que l'activité des muscles est aussi symétrique; Quant aux valeurs des forces de pénalités musculaires

présentées, les muscles des deux côtés symétriques, droit et gauche, sont considérés. La première constatation est que les deux fonctions objectifs (f_{MUS_1} et f_{MUS_2}), exprimées en termes de la somme des forces musculaire et de la somme des contraintes musculaires, fournissent des résultats équivalents. Les figures 3.14 à 3.16 illustrent l'architecture des muscles actifs pour le maintien de l'équilibre de la posture optimale pour chacune des quatre fonctions objectifs.

Les résultats obtenus identiques pour les deux fonctions f_{MUS_1} et f_{MUS_2} montrent que ces deux critères ne font activer qu'un seul muscle sur chaque niveau lombaire; le muscle activé est choisi en fonction de la direction du moments requis pour l'équilibre. Du côté intérieur des vertèbres, seuls les muscles iliopsoas peuvent produire de la flexion sur les niveaux L4 et L5; quant au coté postérieur, tous les muscles peuvent produire de l'extension, sauf les muscles iliopsoas attachés aux niveaux L4 et L5. Cependant, les points d'insertion des muscles multifidus leur confèrent la meilleure capacité à produire des moments d'extension. De ce fait, les deux fonctions f_{MUS_1} et f_{MUS_2} présentent comme solution l'activation des muscles iliopsoas sur les niveaux L4 et L5 et des muscles multifidus sur les niveaux L1, L2 et L3; ces muscles sont désignés par le critère de performance en fonction des sens des moments sagittaux requis pour le maintien de l'équilibre de la colonne lombaire sous le chargement total de 2800 N en position quasi-neutre. Pour ces deux critères, donnant des résultats identiques, la distribution des forces musculaires sur les cinq niveaux lombaires présente des valeurs plus importantes aux

niveaux L1 et L5; l'analyse des contraintes musculaires de compression montre que le muscle multifidus attaché au niveau L1 est le plus sollicité.

Quant à la fonction f_{MUS_3} exprimée en terme de la somme des contraintes musculaires élevées à la puissance 3, elle fournit des résultats différents de ceux obtenus par la somme des contraintes musculaires. En effet, ce critère permet d'obtenir une coactivation musculaire sur chaque niveau lombaire. La majorité des muscles intégrés dans le modèle musculaire contribuent au support de la charge. L'activation des muscles dépend de leurs capacités qui sont fonctions de leurs bras de leviers (distances entre leurs points d'insertion et les centroïdes des vertèbres), de leurs orientations et de leurs aires de sections. Pour ce critère de performance, les contraintes musculaires de compression sont décroissantes d'un niveau supérieur à un niveau inférieur; le muscle multifidus est le plus sollicité en contrainte de compression sur tous les niveaux avec une valeur maximale située sur le niveau L1.

La minimisation du cisaillement sur tous les disques intervertébraux, exprimé par la fonction f_{MUS_4} , présente des résultats semblables à ceux de la minimisation des contraintes musculaires (f_{MUS_2}) où un seul muscle est activé par niveau; la différence se situe sur le niveau L3 où le muscle iliocostalis est activé au lieu du muscle multifidus. Le critère de minimisation du cisaillement tient en compte de la réduction de l'effort tranchant aux niveaux des 5 disques intervertébraux, par conséquent le choix des muscles

actifs par cette fonction doit être discuté par rapport à la réduction du cisaillement dans les repères locaux de tous les disques intervertébraux de la structure.

En comparant les deux résultats obtenus d'une part par les deux fonctions objectifs f_{MUS_1} , f_{MUS_2} , et f_{MUS_4} et par la fonction f_{MUS_3} , d'autre part, nous constatons que la coactivation a permis de réduire les contraintes de tension exercées sur les tissus musculaires, d'une valeur maximale sur le muscle multifidus attaché au niveau L1 de $9,18 \text{ N/cm}^2$ à une valeur de $3,26 \text{ N/cm}^2$ (figure 3.18).

Les figures 3.19 et 3.20 illustrent les effets des pénalités musculaires (F_x et F_z) sur les disques intervertébraux. Les valeurs sont représentées dans le repère local de la colonne lombaire. Dans la direction axiale, les pénalités musculaires s'ajoutent aux forces extérieures et aux charges de gravité. Les forces musculaires exercent plus de compression dans le cas où plusieurs muscles sont activés sur le même niveau (cas de la fonction f_{MUS_3}). En cisaillement, l'accumulation des pénalités musculaires dépend de l'orientation des muscles activés; dans le cas des fonctions f_{MUS_2} et f_{MUS_4} , le disque le plus sollicité en cisaillement est celui situé entre les deux vertèbres L3 et L4, alors que dans le cas de la fonction f_{MUS_3} , c'est le disque intervertébral L1-L2 qui est le plus sollicité. La représentation de l'effet des forces appliquées sur le système actif passif dans chaque repère local des 5 disques intervertébraux, a permis de mieux évaluer les charges supportées par les disques. En effet les figures 3.21 et 3.22 présentent les projections de toutes les forces appliquant de la compression et du cisaillement dans les repères orientés

dans les directions de révolution des différents disques. Les forces extérieure et de gravité exercent, elles aussi, du cisaillement; par conséquent, le disque le plus sollicité est le L5-S1 à cause de son inclinaison par rapport au repère global. Ces résultats nous fournissent des renseignements sur les chargements réels appliqués sur chaque disque durant l'activité de la colonne lombaire.

D'après l'évaluation des forces musculaires par les quatre critères de performance , il est à noter que la force musculaire est faible par rapport aux efforts appliqués. Ces même forces valeurs sont suffisantes pour le maintien de l'équilibre et la stabilité de la colonne lombaire en posture neutre. L'effet des forces musculaires sur les disques intervertébraux est, dans ce cas, négligeable par rapport aux forces externes et de la gravité. Aussi, les valeurs des moments d'équilibre obtenues aux dernières itérations de tous les cas d'évaluation des forces musculaires sont de l'ordre de celles définis par la posture optimale sans effets de muscle; par conséquent, l'optimalité de la posture est considérée encore valide (tableaux 3.6 à 3.8).

Tableau 3.6. Muscles activés et valeurs des forces et contraintes musculaires
pour le cas des deux fonctions objectifs f_{MUS_1} et f_{MUS_2} .

Niveaux	M [N.m]	IC		IP		LT		MF		QL		Fx [N]	Fz [N]
		F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]	F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]	F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]	F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]	F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]		
L1	0,6013	0	0	0	0	0	0	8,26	9,2	0	0	0,47	-16,13
L2	0,1057	0	0	0	0	0	0	2,82	1,88	0	0	1,47	-5,27
L3	0,0093	0	0	0	0	0	0	2,64	1,1	0	0	2,07	-4,67
L4	-0,07448	0	0	2,24	0,51	0	0	0	0	0	0	-1,26	-5,9
L5	-0,1952	---	---	6,71	1,53	0	0	0	0	---	---	-3,29	-13,22

Tableau 3.7. Muscles activés et valeurs des forces et contraintes musculaires pour le cas de la fonction objectif f_{MUS_3} .

Niveaux	M [N.m]	IC		IP		LT		MF		QL		Fx [N]	Fz [N]
		F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]	F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]	F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]	F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]	F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]		
L1	0,542	2,2	2,04	13,58	3,09	1,35	1,71	2,93	3,26	2,17	2,17	-3,17	-42,24
L2	0,1718	1,14	0,74	3,83	0,87	0,49	0,54	1,63	1,092	0,64	0,64	0,62	-14,39
L3	0,1271	0,95	0,52	1,93	0,44	0,36	0,35	1,98	0,83	0,39	0,39	1,99	-9,57
L4	0,1054	0,44	0,23	0	0	0,17	0,15	1,32	0,46	0,2	0,2	2,01	-3,49
L5	0,01309	---	---	0	0	0,04	0,03	0,16	0,11	---	---	0,041	-0,04

Tableau 3.8. Muscles activés et valeurs des forces et contraintes musculaires pour le cas de la fonction objectif f_{MUS_4} .

Niveaux	M [N.m]	IC		IP		LT		MF		QL		Fx [N]	Fz [N]
		F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]	F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]	F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]	F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]	F_{mus} [N]	σ_{mus} [N/cm ²]		
L1	0,6027	0	0	0	0	0	0	8,28	9,2	0	0	0,47	-15,96
L2	0,1227	0	0	0	0	0	0	3,01	2,01	0	0	0,94	-3,35
L3	0,05562	2,82	1,55	0	0	0	0	0	0	0	0	1,21	-2,22
L4	-0,0167	0	0	2,67	0,61	0	0	0	0	0	0	-1,48	-6,94
L5	-0,1883	---	---	7,57	1,72	0	0	0	0	---	---	-2,31	-9,14

Tableau 3.9. Tableau comparatif entre les valeurs des forces musculaires obtenues par les quatre fonctions objectifs et les valeurs de : la somme des contraintes musculaires, la somme des contraintes musculaires élevées à la puissance 3 et la somme des cisaillements dans tous les disques lombaires.

Niveaux	$\sum_{i=1}^n \sigma_{mus} \quad [N/cm^2]$			$\sum_{i=1}^n \sigma_{mus}^3 \quad [N/cm^2]^3$			Disques	$\sum_{i=1}^n V_i \quad [N]$		
	$f_{MUS_1}=f_{MUS_2}$	f_{MUS_3}	f_{MUS_4}	$f_{MUS_1}=f_{MUS_2}$	f_{MUS_3}	f_{MUS_4}		$f_{MUS_1}=f_{MUS_2}$	f_{MUS_3}	f_{MUS_4}
L1	9,2	12,27	9,2	778,69	87,86	778,68	L1-L2	642,3	644,9	642,2
L2	1,88	3,35	2,01	6,64	2,78	8,12	L2-L3	601,1	604,4	600,1
L3	1,1	2,53	1,55	1,33	0,9	3,72	L3-L4	201,3	199,6	199,6
L4	0,51	1,04	0,61	0,13	0,12	0,23	L4-L5	-267,8	-272,8	-269,1
L5	1,53	0,14	1,72	3,58	0,0014	5,09	L5-S1	-897	-902,83	-895,2
Somme	14,22	19,33	15,09	790,37	91,66	795,84	[Somme]	2609,5	2624,5	2606,2

Le tableau 3.9 permet d'évaluer l'optimalité de chaque solution par rapport à son critère de performances; la somme des contraintes musculaires étant obtenue minimale pour les deux premières fonctions (f_{MUS_1} et f_{MUS_2}), la somme des contraintes musculaires cubiques est minimale pour le cas de la fonction f_{MUS_3} et la somme des cisaillements absolues dans tous les disques de la colonne lombaire est minimale pour le cas de la fonction f_{MUS_4} . Ces résultats respectent le rôle de chacune des fonctions objectif considérées pour l'évaluation des forces musculaires.

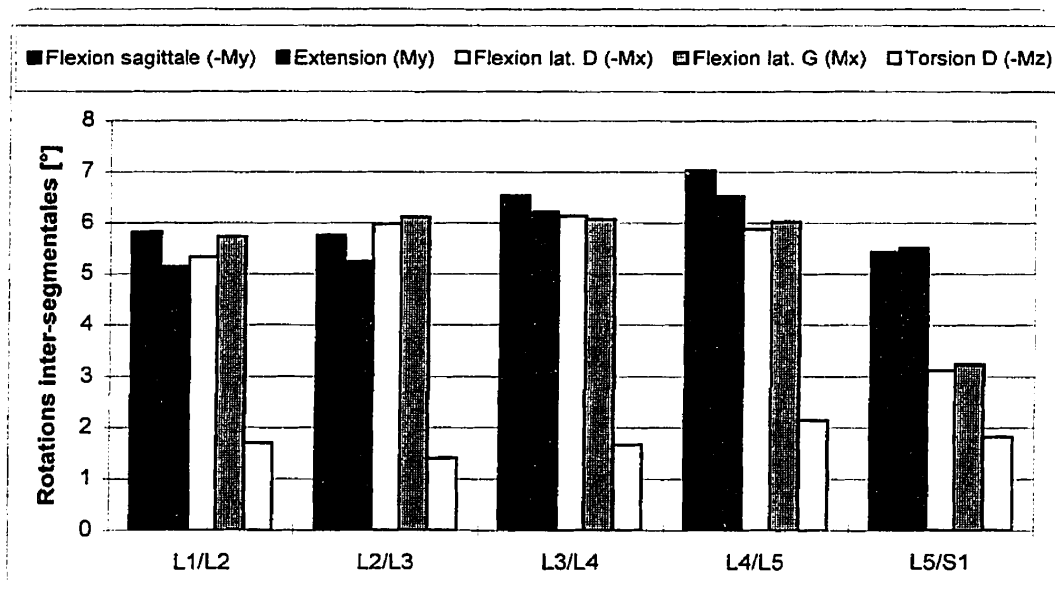


Figure 3.2. Rotations inter-segmentales dues à l'application des moments purs de 10 N.m dans 5 directions. Réponse du modèle détaillé (Shirazi-Adl, 1994).

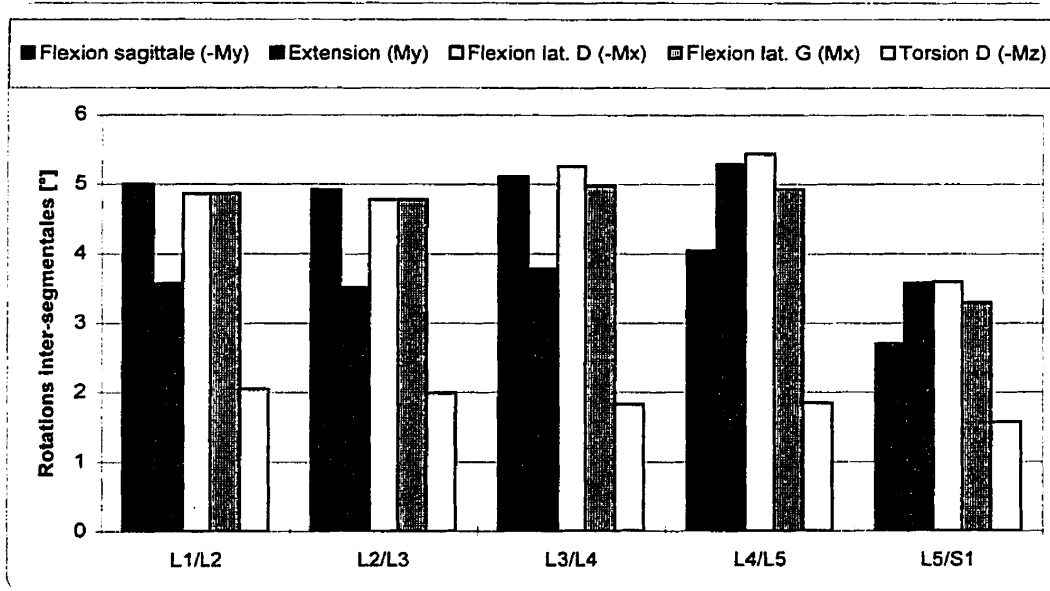


Figure 3.3. Rotations inter-segmentales dues à l'application des moments purs de 10 N.m dans 5 directions. Réponse du modèle simplifié (type poutres).

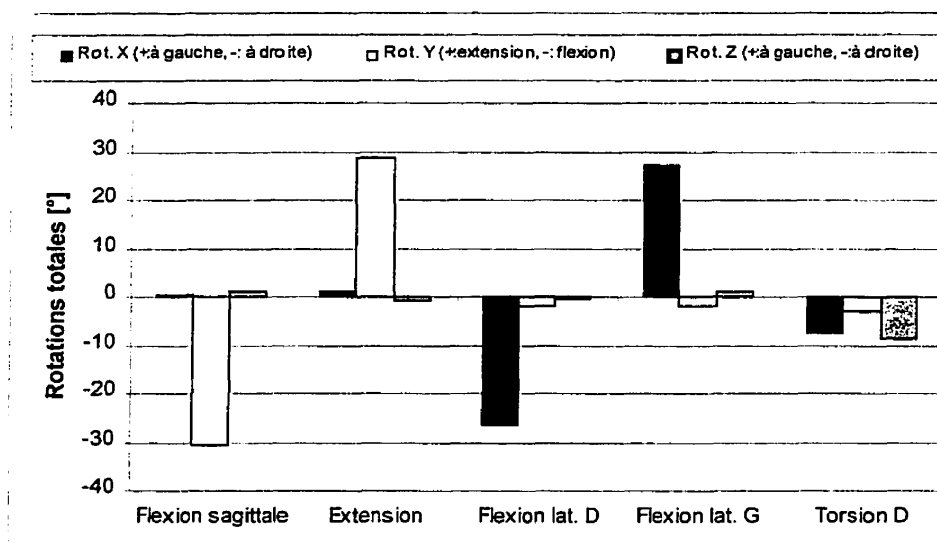


Figure 3.4. Rotations totales de la vertèbre L1 dues à l'application des moments purs de 10 N.m dans 5 directions. Réponse du modèle détaillé (Shirazi-Adl, 1994).

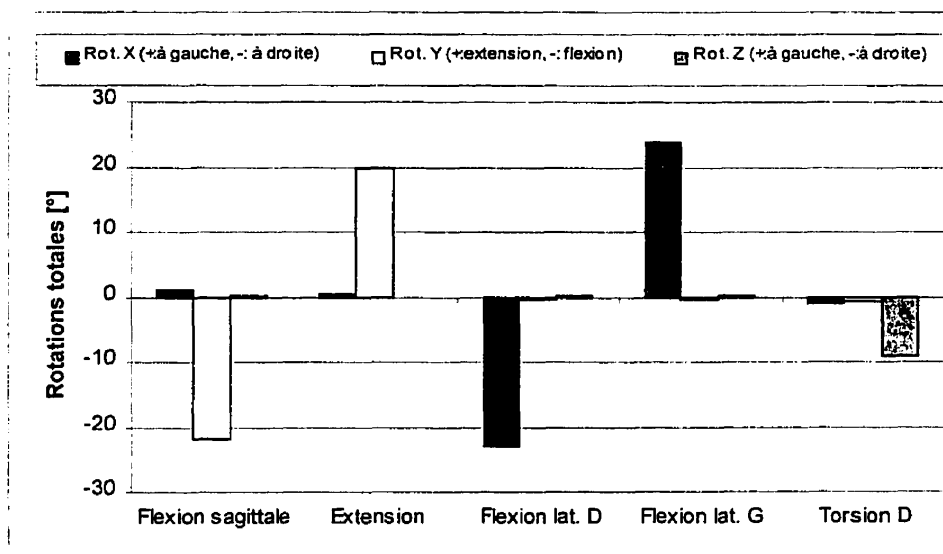


Figure 3.5. Rotations totales de la vertèbre L1 dues à l'application des moments purs de 10 N.m dans 5 directions. Réponse du modèle simplifié (type poutres).

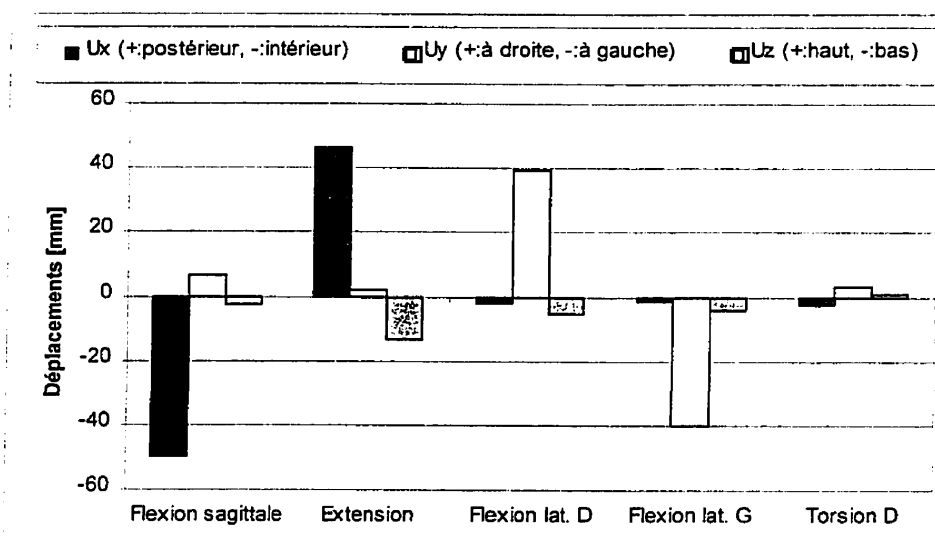


Figure 3.6. Déplacements de la vertèbre L1 dus à l'application des moments purs de 10 N.m dans 5 directions. Réponse du modèle détaillé (Shirazi-Adl, 1994).

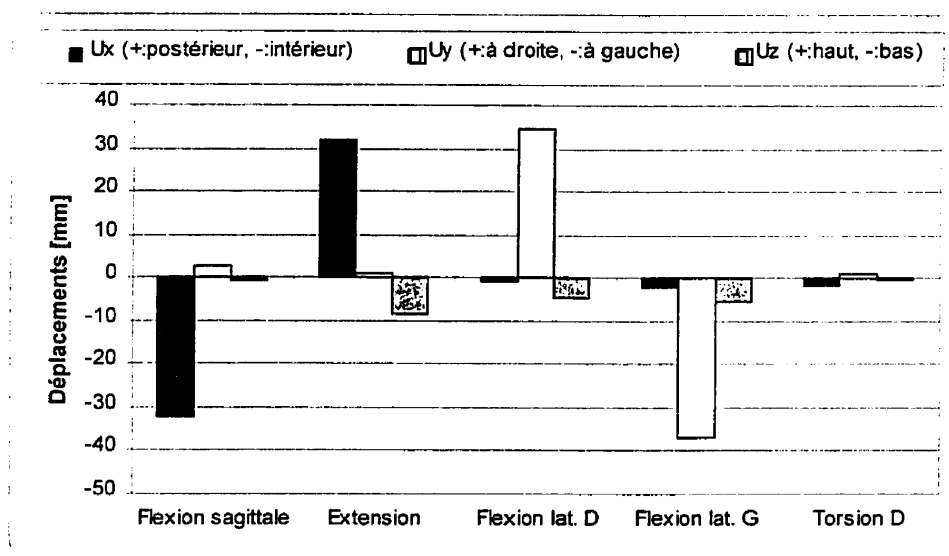
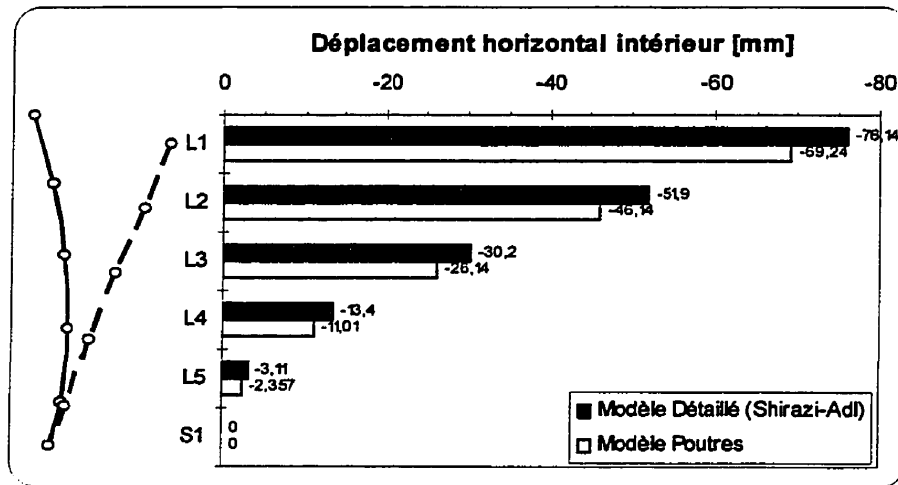
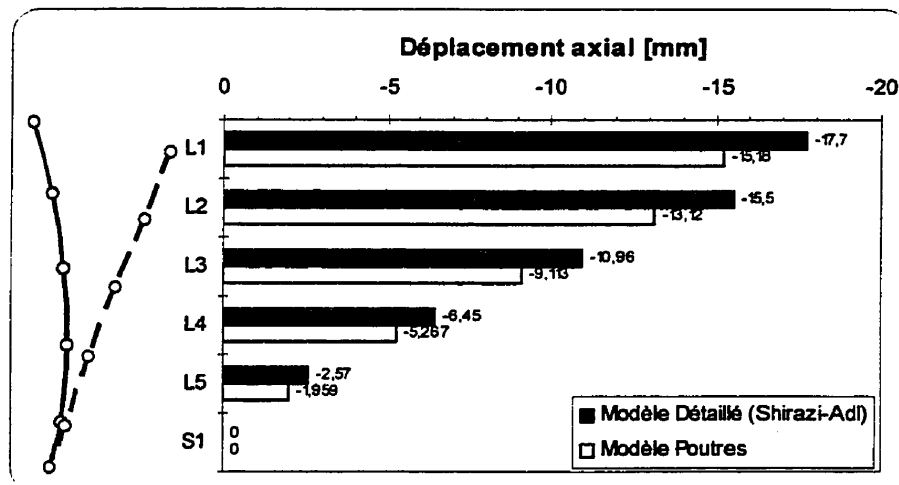


Figure 3.7. Déplacements de la vertèbre L1 dus à l'application des moments purs de 10 N.m dans 5 directions. Réponse du modèle simplifié (type poutres)



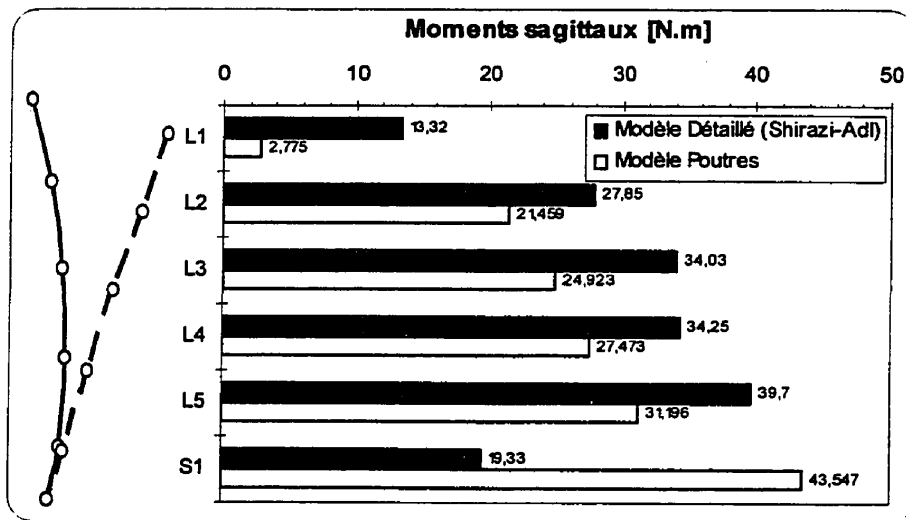
—○— : Géométrie non déformée, -○- : Géométrie déformée.

Figure 3.8. Déplacement horizontal de chaque vertèbre de la colonne lombaire sous l'effet de l'élévation de la charge de 2800 N en position de flexion.



—○— : Géométrie non déformée, -○- : Géométrie déformée.

Figure 3.9. Déplacement axial de chaque vertèbre de la colonne lombaire sous l'effet de l'élévation de la charge de 2800 N en position de flexion.



—○— : Géométrie non déformée, -○- : Géométrie déformée.

Figure 3.10. Moments d'extension requis pour l'équilibre de la colonne lombaire supportant une charge de 2800 N en position de flexion.

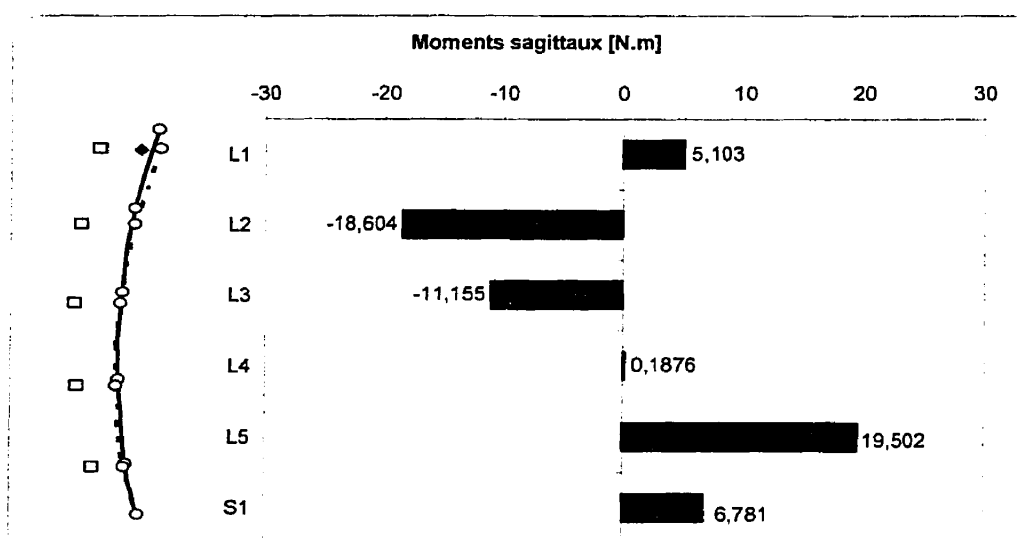


Figure 3.11. Moments sagittaux requis à chaque niveau de la colonne lombaire pour l'équilibre du corps humain supportant une charge totale de 2800 N en position neutre sans rotations.

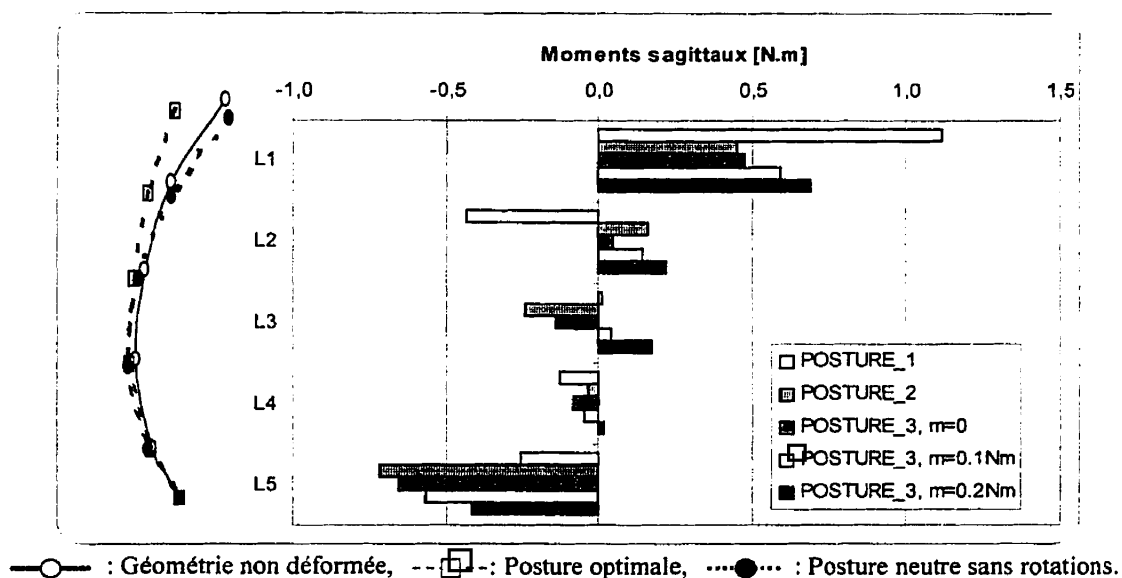


Figure 3.12. Moments sagittaux requis sur les niveaux L1 à L5 pour l'équilibre de chaque posture.

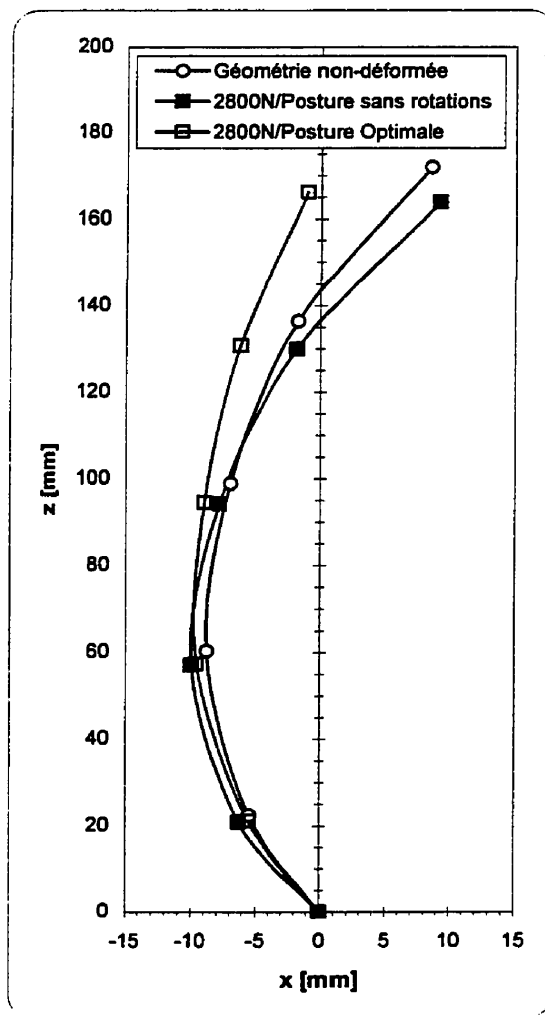


Figure 3.13. Géométrie déformée de la posture optimale sous l'effet de la charge totale de 2800 N. Changement de la lordose lombaire par rapport à la géométrie non déformée.

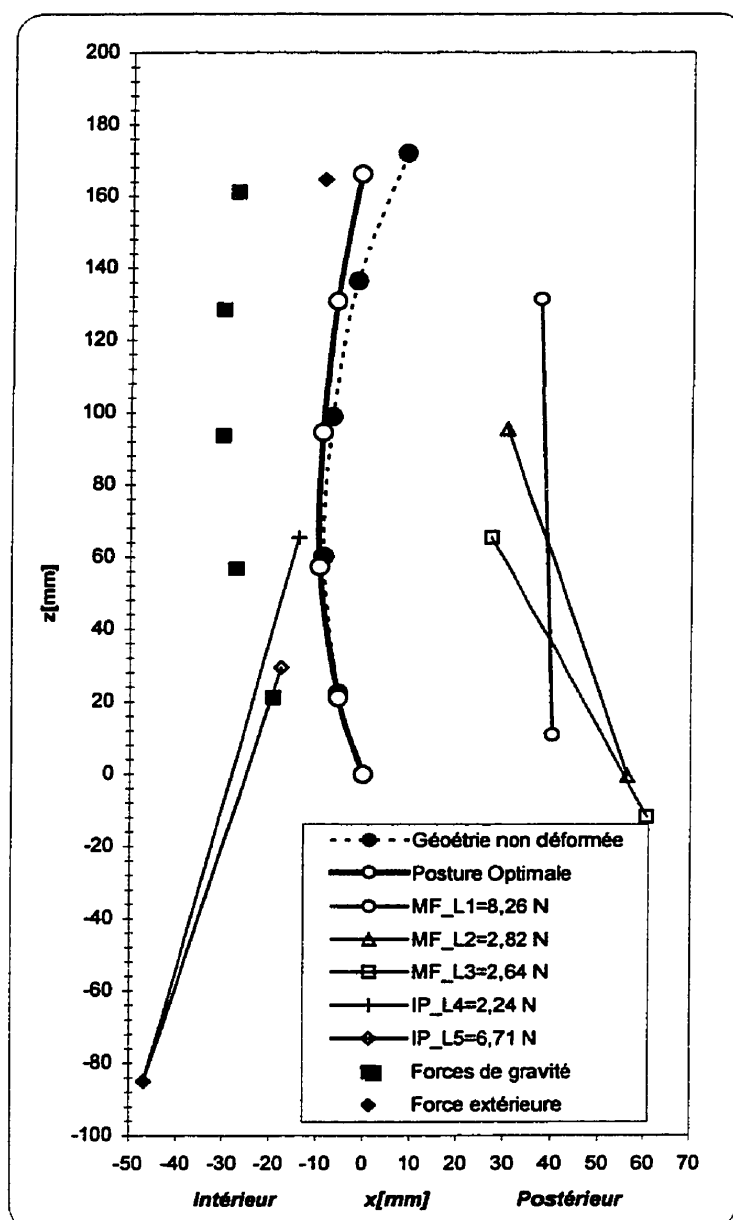


Figure 3.14. Muscles actifs dans le cas de l'application des fonctions objectifs f_{MUS_1} et f_{MUS_2} pour le calcul des forces musculaires contribuant à l'équilibre de la posture optimale de la colonne lombaire supportant la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre. Vue sagittale.

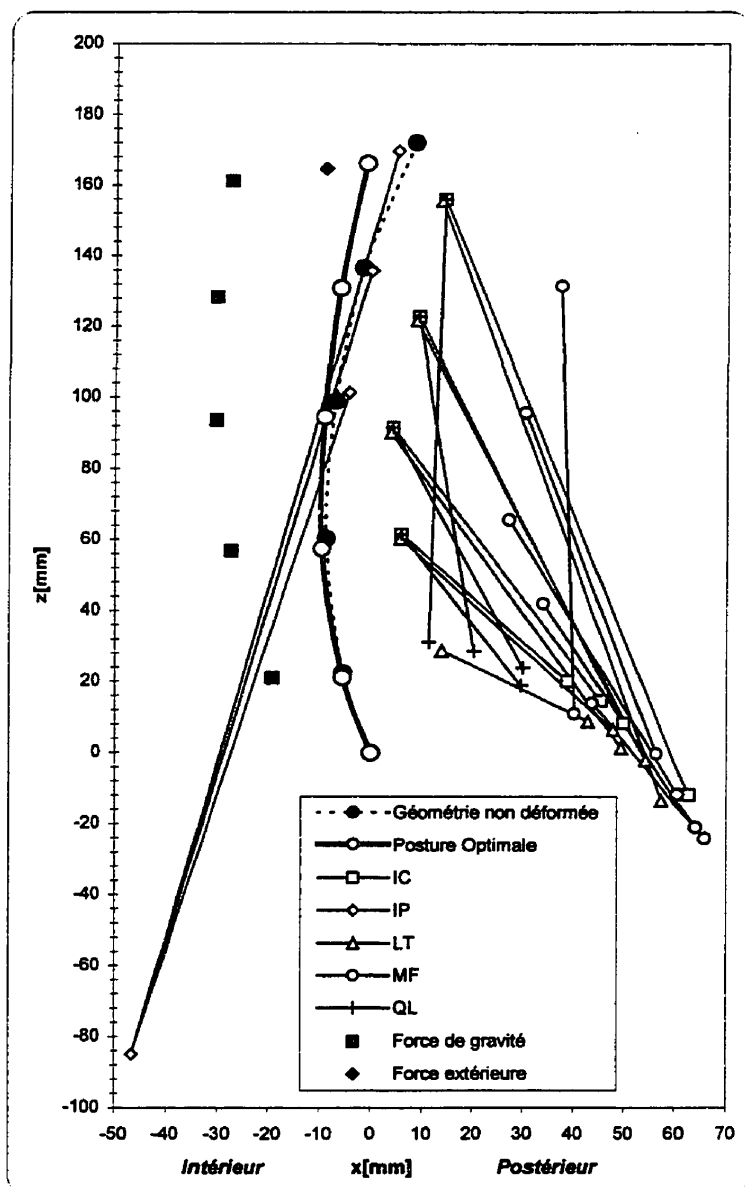


Figure 3.15. Muscles actifs dans le cas de l'application des fonctions objectifs f_{MUS_3} pour le calcul des forces musculaires contribuant à l'équilibre de la posture optimale de la colonne lombaire supportant la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre.

Vue sagittale.

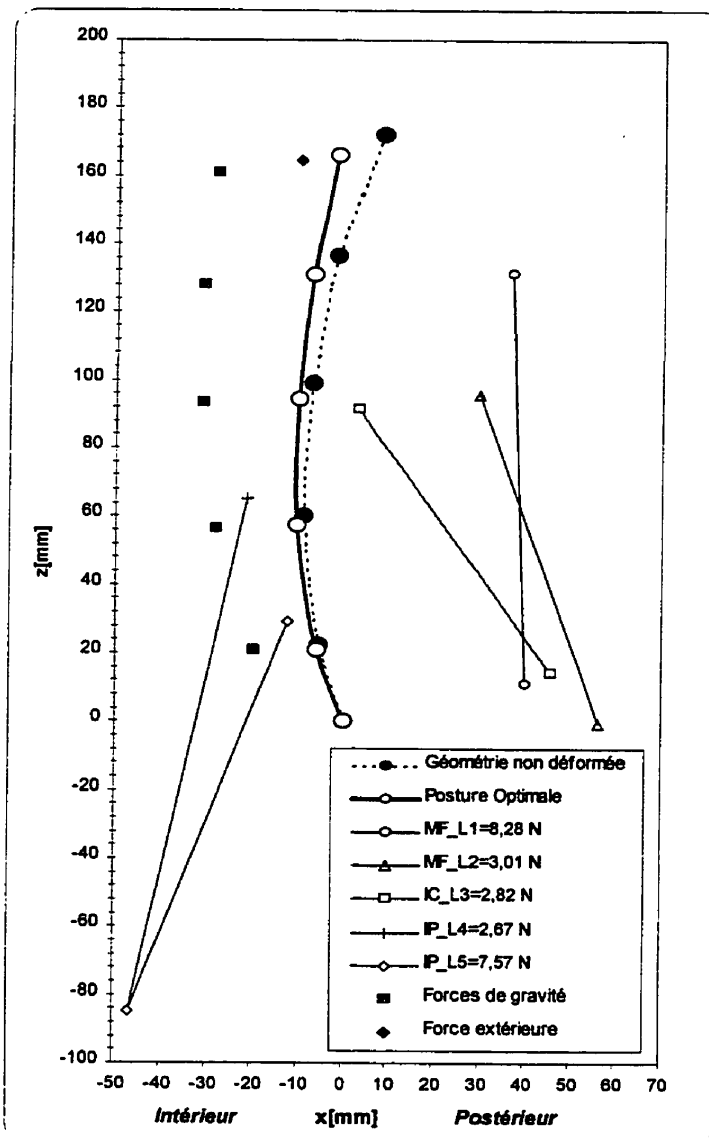


Figure 3.16. Muscles actifs dans le cas de l'application des fonctions objectifs f_{MUS_4} pour le calcul des forces musculaires contribuant à l'équilibre de la posture optimale de la colonne lombaire supportant la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre.

Vue sagittale.

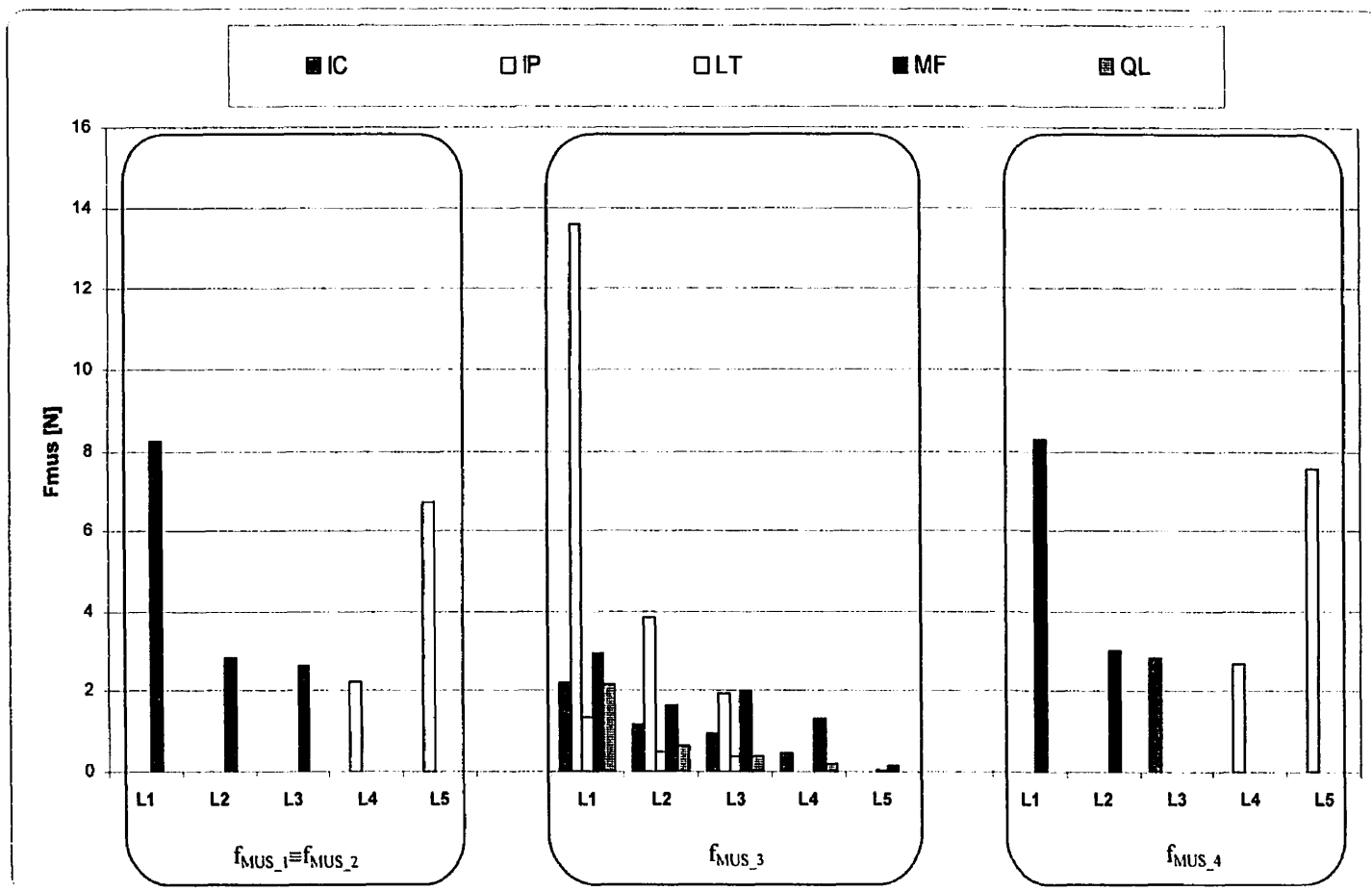


Figure 3.17. Valeurs des forces musculaires sur chaque niveau lombaire en fonction des différentes fonctions objectifs considérées pour le support de la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre.

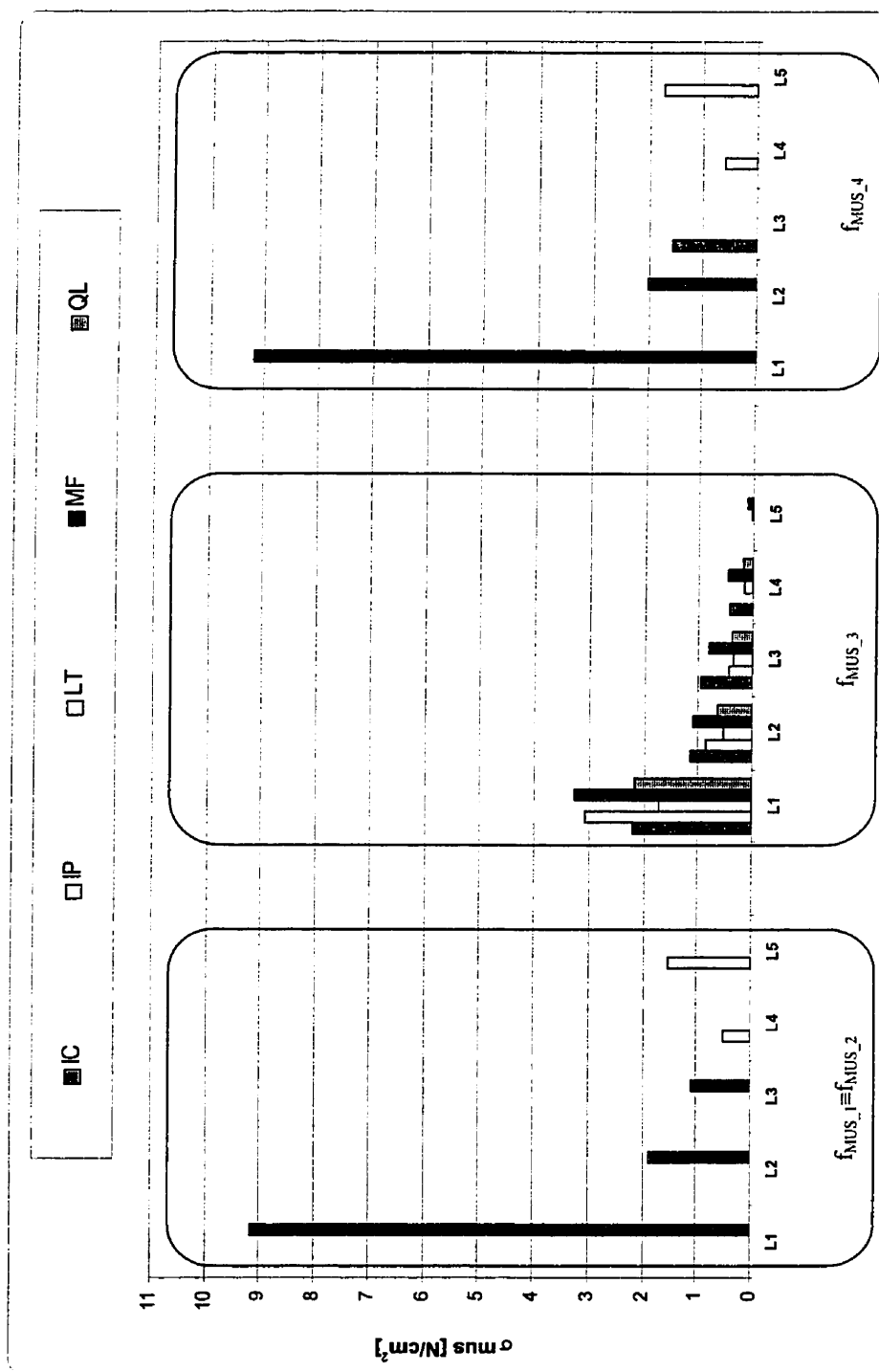


Figure 3.18. Valeurs des contraintes musculaires sur chaque niveau lombaire en fonction des différentes fonctions objectifs considérées pour le support de la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre.

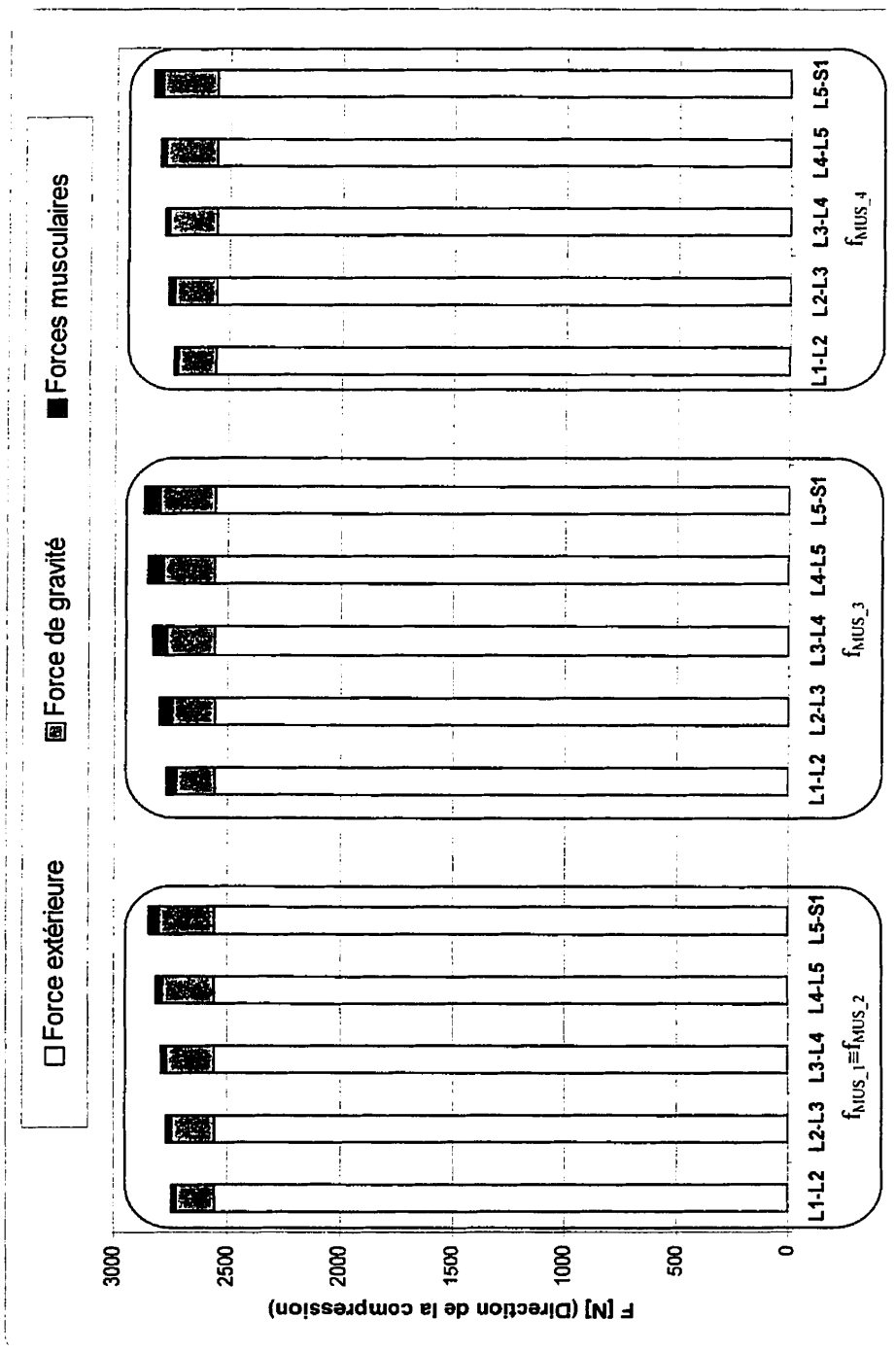


Figure 3.19. Forces axiales appliquées sur chaque segment de la colonne lombaire pour la charge totale de 2800 N supportée par le corps en position quasi-neutre. Représentation dans le repère global de la colonne lombaire.

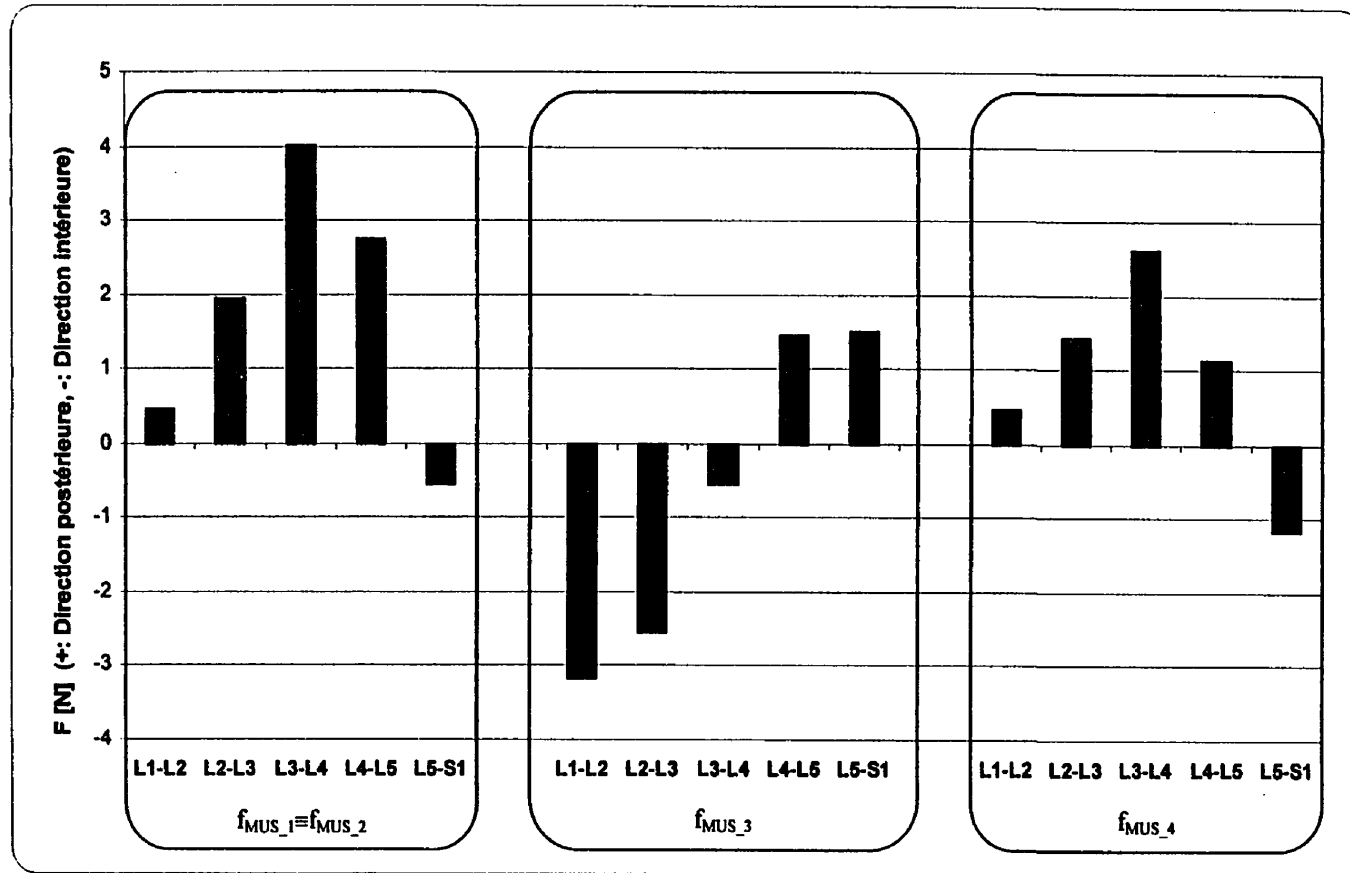


Figure 3.20. Forces horizontales appliquées par les muscles sur chaque segment de la colonne lombaire pour la charge totale de 2800 N supportée par le corps en position quasi-neutre.

Représentation dans le repère global de la colonne lombaire.

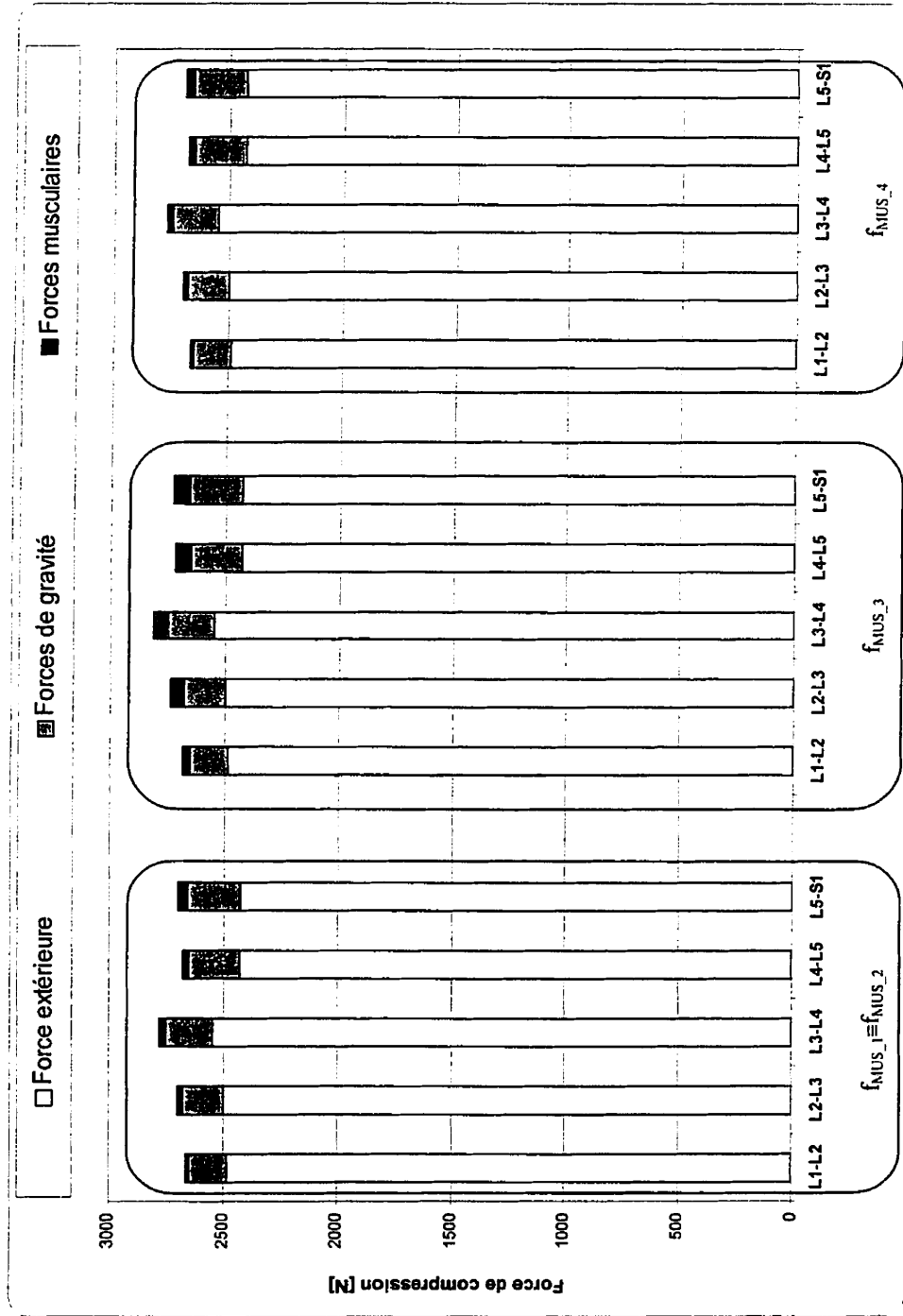


Figure 3.21. Contribution de chaque disque intervertébral au support des charges de compression pour l'élévation de la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre de la colonne lombaire.

Représentation dans les repères locaux des disques intervertébraux.

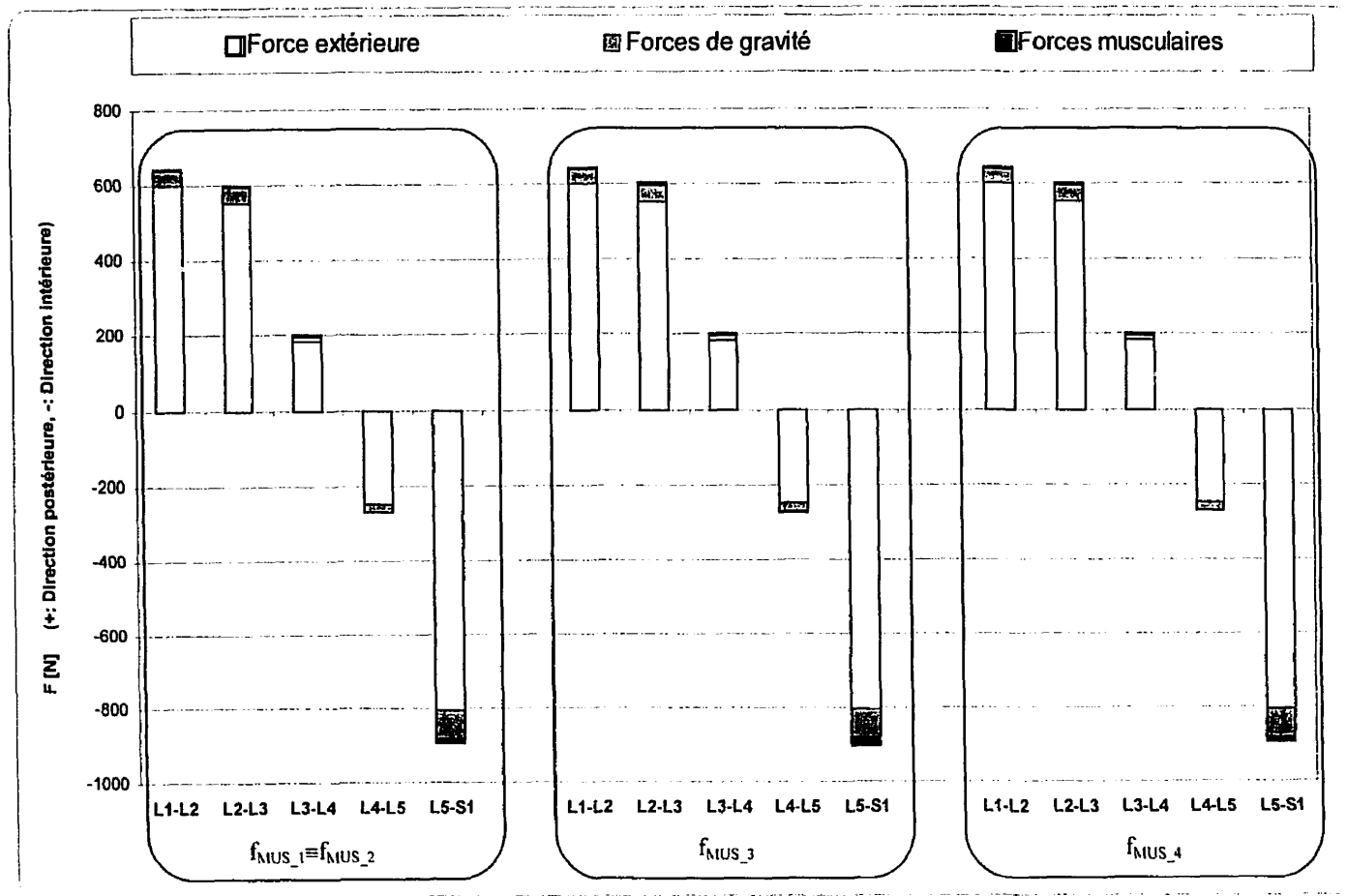


Figure 3.22. Contribution de chaque disque intervertébral au support des forces de cisaillement pour l'élévation de la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre de la colonne lombaire. Représentation dans les repères locaux des disques intervertébraux.

CHAPITRE IV

DISCUSSIONS

Dans cette étude, les parties supérieures (thoracique et cervicale) de la colonne vertébrale ont été représentées par leurs poids appliqués sur la ligne de gravité située du côté intérieur des centroïdes des vertèbres lombaires. La charge supportée par le corps en position debout ainsi que les forces dans les muscles globaux sont représentées par une force externe de 2555 N située à 8 mm de distance intérieure du centroïde de la vertèbre L1. Cette considération a été prise en compte afin de mieux représenter le système actif-passif omis dans notre modélisation. Par conséquent, la validité de cette hypothèse constitue la première limite de ce travail. L'intégration des muscles globaux aux 46 muscles locaux déjà existants, serait une amélioration de cette étude afin de mieux représenter l'activation de tous les muscles contribuant au support des charges ainsi que le couplage entre les parties thoracique et lombaire de la colonne vertébrale. Pour se faire, une modélisation de la partie thoracique doit être ajoutée au modèle d'éléments finis afin de pouvoir attacher ces muscles locaux aux côtes de la cage thoracique.

4.1 MODÈLE D'ÉLÉMENTS FINIS DU SYSTÈME PASSIF

Il est clair que les réponses obtenues dans le modèle simplifié présentent des différences par rapport à celles du modèle détaillé. La première constatation est que les réponses du

modèle proposé sont plus rigides que celles du modèle détaillé, sauf dans le cas de la torsion axiale qui provoque une rotation plus importante (figure 3.7). Ceci est principalement dû aux différences fondamentales entre les deux modèles. Les écarts entre les valeurs présentées par les deux modèles sont dus au couplage entre les termes de la matrice de rigidité de toute la structure. Ce couplage n'est pas introduit dans le modèle simplifié simulé par ABAQUS où l'effet des moments combinés ne peut pas être contrôlé. Une autre différence se situe au niveau de la rigidité en cisaillement qui est dans notre cas constante dans chaque segment. Il faut aussi rappeler que l'hypothèse que nous avons considérée dans notre modèle simplifié supposait que le contact entre les facettes se produit de la même manière sur tous les segments. Shirazi-Adl (1994) a démontré que les forces de contact dans les facettes des vertèbres varient d'un segment à l'autre en fonction du sens de la charge. Ceci a des conséquences aussi sur les déplacements qui sont reliés aux rotations inter-segmentales par les lois constitutives. Nous avons aussi supposé, au niveau segmentaire, que la direction du mouvement à droite et à gauche produisait les mêmes réponses (figures 2.5 et 2.6). Dans le présent modèle, seule la géométrie de la colonne lombaire peut influencer sur la direction du mouvement à droite et à gauche. En effet, seule la déviation latérale peut favoriser la direction de l'inclinaison de la colonne sous l'effet d'une charge. Ceci est visible sur la figure 3.3 où les rotations inter-segmentales des niveaux supérieurs, qui ne présentent pas de déviations latérales, sont identiques à droite et à gauche quand la colonne est soumise à la flexion latérale dans les deux sens. Par conséquent, l'approche basée uniquement sur les relations géométriques entre les segments afin de bâtir le modèle de la colonne lombaire a aussi

ses limites. Il serait plus convenable d'introduire dans le modèle les réponses de chaque segment lombaire et selon toutes les directions de charges.

Ces observations mise à part, ce modèle présente un comportement général proche de celui du modèle détaillé. Il demeure un bon prototype pour tester les réponses de la colonne lombaire passive sous divers chargements dans la zone du comportement non-linéaire. De plus, les différences entre les réponses des deux modèles demeurent acceptables par rapport à la diversité de réponses mesurées sur les spécimens cadavériques. En effet, les résultats *in vitro* obtenus par Panjabi et al. (1989) ainsi que par Yamamoto et al. (1989) pour la réponse de la colonne lombaire passive sous l'action des moments purs de 10 N.m appliquées suivant les directions principales de mouvement à savoir la flexion, l'extension, la flexion latérale et la torsion sont illustrés sur les tableaux 4.1 et 4.2.

Le modèle développé dans cette étude permettra de fournir une évaluation des efforts subis par la colonne lombaire au cours des travaux de manutention. De plus, cette évaluation permettra de déterminer les niveaux admissibles et sécuritaires des charges que l'humain peut supporter en milieu de travail, ainsi que de déterminer les meilleures postures à adopter pour réduire les maux de dos. La nécessité d'étudier la sensibilité des résultats par rapport aux variations de réponses sera jugée en fonction du type d'analyse souhaitée par l'utilisation de ce modèle simplifié.

Tableau 4.1. Comparaison des résultats de rotations inter-segmentales entre la présente étude et les valeurs obtenues par Shirazi-Adl (1994), Panjabi et al. (1989) et Yamamoto et al. (1989) pour le cas des moments de 10 N.m appliqués suivant les directions principales de mouvement.

Travaux	Segments	Flexion	Extension	Flexion latérale à droite	Flexion latérale à gauche	Torsion à droite
Présente Étude EF/MP M=10 N.m	L1/L2	5	3,57	4,86	4,86	2,05
	L2/L3	4,92	3,51	4,78	4,78	1,99
	L3/L4	5,11	3,78	5,26	4,97	1,83
	L4/L5	4,04	5,29	5,44	4,93	1,85
	L5/S1	2,7	3,58	3,6	3,3	1,57
Shirazi-Adl (1994) EF/MD M=10 N.m	L1/L2	5,82	5,14	5,33	5,73	1,7
	L2/L3	5,76	5,24	5,98	6,12	1,41
	L3/L4	6,54	6,21	6,14	6,07	1,67
	L4/L5	7,03	6,53	5,88	6,03	2,15
	L5/S1	5,42	5,5	3,11	3,24	1,82
Panjabi et al. (1989) In vitro M=10 N.m	L1/L2	---	---	4,4±0,5	4,0±0,6	1,2±0,9
	L2/L3	---	---	5,8±1,5	5,8±1,6	2,7±0,9
	L3/L4	---	---	5,4±1,1	5,1±0,5	2,1±0,9
	L4/L5	---	---	5,3±1,3	4,9±0,7	2±0,9
	L5/S1	---	---	4,7±0,9	3,9±0,6	1,1±0,8
Yamamoto et al. (1989) In vitro M=10 N.m	L1/L2	5,8±0,6	4,3±0,5	5,2±0,4	4,7±0,4	2,0±0,6
	L2/L3	6,5±0,3	4,3±0,3	7,0±0,6	7,0±0,6	3,0±0,4
	L3/L4	7,5±0,8	3,7±0,3	5,8±0,5	5,7±0,3	2,5±0,4
	L4/L5	8,9±0,9	5,8±0,4	5,9±0,5	5,5±0,5	2,7±0,5
	L5/S1	10,0±1,0	7,8±0,7	5,7±0,4	5,3±0,4	1,3±0,2

Tableau 4.2. Comparaison des résultats de la rotation totale de la vertèbre L1 entre la présente étude et les travaux de Shirazi-Adl (1994), Panjabi et al. (1989) et Yamamoto et al. (1989) pour le cas des moments de 10 N.m appliqués suivant les directions principales de mouvement.

Travaux	Flexion	Extension	Flexion latérale à droite	Flexion latérale à gauche	Torsion à droite
Présente étude	21,77	19,73	23,94	22,84	9,29
Shirazi-Adl (1984)	30,57	28,62	26,44	27,19	8,75
Panjabi et al. (1989)	---	---	25,6	23,7	9,1
Yamamoto et al. (1989)	38,7	25,9	29,6	28,2	11,5

4.2 OPTIMISATION DE LA POSTURE

L'optimisation de la posture présente, dans ce travail, le point principal qui nous a permis d'évaluer les capacités du système actif-passif pour le support de la charge totale de 2800 N. En effet, le changement de la lordose lombaire ainsi que la rotation pelvienne ont été observés comme des moyens adaptatifs de la colonne vertébrale pour réduire d'une manière considérable le besoin au système actif pour le maintien de l'équilibre du corps humain.

La fonction objectif utilisée pour la recherche de la posture optimale est définie par la minimisation des moments d'extension. Les variables du problème, qui sont les rotations inter-segmentales, ont été limitées aux valeurs de $\pm 5^\circ$ représentant ainsi la position quasi-neutre de la colonne lombaire. L'optimisation de la posture nous a fourni une idée assez claire sur le rôle du changement de la lordose lombaire et de l'horizontalisation du pelvis

dans l'accommodation la structure active-passive au support de la charges totale de 2800 N. Ce résultat vient confirmer les prévisions faites dans la littérature indiquant que l'amplitude des moments sagittaux est influencée par la posture de la colonne vertébrale et par la rotation du pelvis (Parnianpour et al., 1994; Shirazi-Adl et Parnianpour, 1996; Kiefer et al., 1997). En effet, un changement de la lordose lombaire de 20° en flexion et l'horizontalisation du pelvis nous ont permis de réduire considérablement les moments sur chaque niveau lombaire; la somme des valeurs absolues des moments requis sur les 5 vertèbres lombaires est de 54,5 N.m pour le cas de la posture sans rotations, cette valeur est réduite à 1,5 N.m pour le cas de la posture optimale. Ce résultat correspond aussi aux observations faites par Shirazi-Adl et Parnianpour (1996) sur l'effet d'un changement de la lordose lombaire de $\pm 15^\circ$ sur la réduction des moments sagittaux requis pour l'équilibre et la stabilité de la colonne lombaire supportant des charges allant jusqu'à 800 N en position quasi-neutre.

Les résultats obtenus relatifs à la posture optimale permettent de changer considérablement la contribution de chacun des systèmes actif et passif au support d'une charge. Quant aux implications cliniques de ces observations, elles se résument dans l'introduction du concept de la posture optimale dans la description des exercices thérapeutiques et de réadaptation pour la prévention et le traitement des maux de dos ainsi que les traitements post-chirurgicaux relatifs au fonctionnement de la colonne vertébrale.

4.3 SYSTÈME ACTIF ET FORCES MUSCULAIRES

La revue des études réalisées sur les modèles anatomiques nous a permis d'observer le rôle que peut jouer l'architecture musculaire dans le maintien de l'équilibre et de la stabilité de la colonne lombaire. En effet, le modèle anatomique considéré dans cette étude nous a confronté au problème de la capacité des muscles iliopsoas à produire des moments de flexion sagittale. L'architecture de ces muscles sur les niveaux supérieurs L1, L2 et L3 ne leur permet pas de provoquer de la flexion pour satisfaire l'équilibre du corps humain. Face à ce problème, nous nous sommes orientés vers une contrainte additionnelle lors de notre choix de la posture optimale; il s'agit du paramètre m représentant le minimum des moments en extension à appliquer sur tous les niveaux pour maintenir l'équilibre. La contrainte de moment imposé fait activer les muscles de la colonne lombaire selon un critère de performance exprimé par le minimum d'effort fournie par le système actif. L'étude paramétrique réalisée à ce sujet a permis de considérer le paramètre $m = 0,2 \text{ N.m}$ sur tous les niveaux lombaires : c'est la valeur qui représente la compatibilité entre la posture passive optimale et le modèle anatomique des muscles. Toutefois, ce paramètre m pourrait être amélioré en le faisant varier d'un niveau lombaire à l'autre pour mieux atteindre les valeurs optimales des rotations inter-segmentales.

Par ailleurs, la revue des méthodes existant dans la littérature pour l'évaluation des forces musculaires nous a orienté à choisir celle suggérée par Shirazi-Adl et Parnianpour (1996).

Cette approche est basée sur la combinaison des deux méthodes d'optimisation et d'éléments finis et présente plusieurs avantages par rapport aux autres méthodes citées dans la littérature, à savoir : a) la méthode de réduction du nombre d'inconnus qui affecte la fiabilité des résultats malgré l'approche synergique utilisée (Bergmark, 1989), b) la méthode basée sur l'optimisation qui nécessite la description de contraintes additionnelles dans la formulation des critères de performance (Parnianpour et al., 1996), c) la méthode basée sur les mesures EMG qui rencontre des difficultés relatives aux erreurs de mesures, à l'accessibilité aux muscles profonds et à la complexité des relations entre les forces musculaires et les niveaux d'activation (Kong, 1995) et d) la méthode basée sur la cinématique qui présente l'avantage de contourner les problèmes liés à la stabilité mécanique du système mais qui rencontre, elle aussi, le problème du système hyperstatique à résoudre pour l'évaluation des forces musculaires (Takashima et al., 1979). L'approche utilisée dans cette étude permet de combiner, à la fois, les critères de performance selon lesquels les muscles sont activés et l'adaptation géométrique de la colonne lombaire traduisant la capacité du système actif-passif à supporter la charge totale de 2800 N en position quasi-neutre. À cet effet, la méthode hybride forces/déplacements des éléments finis est utilisée afin d'assurer la compatibilité entre les charges appliquées (force extérieure, charges de gravité et forces musculaires) et les rotations inter-segmentales induites dans la posture optimale.

Les résultats obtenus montrent la dépendance entre la posture optimale et l'anatomie musculaire prise en compte; par conséquent, l'évaluation raisonnable des forces

musculaires doit passer par un choix judicieux de l'architecture du système actif. L'effet observé du changement de la lordose lombaire et notamment de la rotation du pelvis sur la réduction des moments d'équilibre vient s'ajouter aux résultats obtenus par de nombreux auteurs (Shirazi-Adl et Parnianpour, 1996; Kiefer et al., 1997). Un changement de la lordose lombaire de 20° en flexion et la rotation du pelvis nous ont permis de réduire d'une façon significative la somme des valeurs absolues des moments sagittaux nécessaires à l'équilibre de la colonne lombaire de 54,5 N.m à 1,5 N.m. Par conséquent, une faible activité musculaire est suffisante pour l'équilibre du corps en position quasi-neutre selon Parnianpour et al. (1994). En effet, ce résultat est illustré sur les figures 3.17 et 3.18 pour les 4 fonctions objectifs testées dans cette étude pour l'évaluation des forces musculaires : a) la minimisation de la somme des forces musculaires (f_{MUS_1}), b) la minimisation de la somme des contraintes musculaires (f_{MUS_2}), c) la minimisation de la somme des contraintes musculaires élevées à la puissance cubique (f_{MUS_3}) et d) la minimisation de la somme des valeurs absolues des forces de cisaillement sur l'ensemble des disques intervertébraux (f_{MUS_4}). Parmi ces fonctions objectifs, celle exprimée par la somme des contraintes musculaires de tension élevées à la puissance cubique est recommandée dans la littérature du fait qu'elle s'approche le plus des valeurs d'activités musculaires mesurées expérimentalement par EMG (Hughes et al., 1994). Les résultats obtenus par cette fonction montrent l'activation de la majorité des muscles sur chaque niveau lombaire ce qui rejoint l'interprétation de la minimisation de la fatigue musculaire (Han et al., 1991) et la maximisation de l'endurance du système actif (van Dieën, 1997). Par conséquent, l'utilisation de cette fonction permet aussi de réduire la contrainte de

tension sur chaque muscle (figure 3.18) bien que leur somme reste supérieure au cas de l'utilisation des trois autres fonctions (Tableau 3.7), ce qui provoque des forces de pénalité musculaires plus importantes (figures 3.19 et 3.20). Quant aux autres fonctions objectifs (a, b et d), elles fournissent des résultats permettant d'activer un seul muscle sur chaque niveau permettant ainsi, selon la fonction objectif considérée, de réduire la somme des contraintes musculaires ou la somme des forces de cisaillement aux niveaux des disques intervertébraux; le choix du muscle activé sur chaque niveau lombaire est en fonction de la capacité de chaque muscle à fournir du travail d'une façon optimale (bras de levier, aire de section et orientation). Ces trois critères (a, b, et d) présentent, par conséquent, de faibles différences dans le choix des muscles actifs (cas du niveau L3) et dans les valeurs des forces musculaires (figures 3.14 à 3.16); la différence majeure est observée au niveau L3 où le multifidus est activé pour le cas des fonctions objectifs (a et b) par contre c'est l'iliocostalis qui est activé pour le cas de la fonction (d). Les deux fonctions (a et b) exprimées respectivement par la somme des forces musculaires et la somme des contraintes musculaires donnent le même résultat vu que les aires de sections des muscles sont supposés demeurer constants.

CONCLUSION

L'objectif de ce travail est de présenter une approche capable d'évaluer la synergie du système actif-passif de la colonne lombaire humaine en position quasi-neutre sous l'effet d'une charge de compression de 2800 N. Pour atteindre cet objectif, les efforts ont été centrés sur des facteurs très souvent suggérés dans la littérature comme influençant le plus sur la synergie du système. En effet, les trois facteurs principaux considérés dans cette étude sont les suivants:

- le comportement mécanique non-linéaire de la colonne lombaire,
- l'effet de la posture lombaire sur le comportement mécanique du système actif-passif,
- le modèle anatomique des muscles et le rôle des forces musculaires dans le choix de la position d'équilibre de la colonne lombaire en position quasi-neutre.

Un modèle d'éléments finis de type poutres nous a servi pour simuler les nombreux essais réalisés sur la colonne lombaire pour des charges dépassant la zone du comportement mécanique linéaire. Ce modèle, basé sur une reconstruction fidèle du comportement mécanique d'un segment lombaire, a permis de comprendre le mécanisme de réaction et de dépendance entre les différentes parties du système actif-passif de la colonne lombaire humaine.

Afin d'arriver à une description raisonnable de la posture de la colonne lombaire durant le support d'une grosse charge de 2800 N, un grand intérêt est porté dans cette étude à la compatibilité entre les forces appliquées et les rotations inter-segmentales. La méthode hybride forces/déplacements des éléments finis a permis d'assurer cette compatibilité pour le cas de la posture optimale. Enfin, l'optimisation est l'outil qui est rendu nécessaire pour résoudre les problèmes complexes d'ingénierie; le recours à cette méthode a servi pour la recherche des conditions géométriques de la posture optimale ainsi que pour l'évaluation des forces musculaires.

Nous résumons les principaux résultats obtenus dans cette étude dans les points suivants :

- Le modèle simplifié d'éléments finis développé dans cette étude est capable de fournir des réponses non-linéaires de la colonne lombaire comparables aux résultats des essais expérimentaux.
- L'étude de l'effet de la posture sur le comportement mécanique de la colonne lombaire doit prendre en considération le modèle anatomique des muscles. En fonction de l'architecture musculaire adoptée et du type de la tâche à effectuer, la posture optimale peut être exprimée par plusieurs fonctions objectifs.
- Un changement de la lordose lombaire de 20° en flexion et l'horizontalisation du pelvis ont permis de réduire considérablement les moments sur chaque niveau lombaire. En effet, la somme des valeurs absolues des moments requis sur les 5

vertèbres lombaires est de 54,4 N.m pour le cas de la posture sans rotations, cette valeur est réduite à 1,5 N.m pour le cas de la posture optimale.

- Les conditions de la posture optimale ont permis d'évaluer avec plus d'efficacité l'activité musculaire pour le cas du support de charges en position quasi-neutre. En effet, les valeurs négligeables obtenues des forces musculaires sont comparables aux observations expérimentales (Parnianpour et al., 1994).
- L'utilisation de l'outil d'optimisation pour l'évaluation des forces musculaires dépend du choix de la fonction objectif pour la représentation des critères de performance du système musculaire actif. Parmi les fonctions objectifs étudiées, celle exprimée en terme de la somme des contraintes musculaires élevées à la puissance 3 permet d'observer l'activation de la majorité des muscles sur chaque niveau lombaire permettant ainsi de réduire les contraintes musculaires. Cette fonction est recommandée dans la littérature du fait qu'elle s'approche le plus des valeurs d'activité musculaire mesurée par EMG.

RÉFÉRENCES

ABAQUS/Standard & ABAQUS/Post. (1995). Finite Element Program, Version 5.5. Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc.

ANDERSSON, E.A., ODDESSON, L.I.E., GRUNDRSTORM, H., NILSSON, J. et THORSTENSSON, A. (1996). Activities of the quadratus lumboru, and erector spinae muscles during flexion-relaxation and other motor tasks. Clinical Biomechanics, 11, 392-400.

ANDRIACCHI, T., SCHULTZ, A. et BELYTSCHKO, T. (1974). A model for studies of mechanical interactions between the human spine and rib cage. J. Biomech., 7, 497-507.

ASPDEN, R.M. (1992). Review of the functional anatomy of the spinal ligaments and the lumbar erector spinae muscles. Clinical Anatomy, 5, 372-387.

BELYTSCHKO, T.B., ANDRIACCHI, T.P., SCHULTZ, A.B., et GALANTE, J.O. (1973). Analog studies of forces in the human spine: computational techniques. J. Biomechanics, 6, 361-371.

BENDIX, T., BIERING-SORENSEN, F. (1983). Posture of the trunk when sitting on forward inclining seats. Scand. J. Rehabil. Med., 15, 197-203.

BENDIX, K.M., McCLURE, P. et POLANSKY, M. (1984). Lumbar curve, trunk muscles, and line of gravity with different heel heights. Spine, 9, 223-227.

BERGMARK, A. (1989). Stability of the human spine – A study in mechanical engineering. Acta Orthopaedica Scandinavica Supplementum, 230, 5-54.

BOGDUK, N. et TWOMEY, L.T. (1987). Clinical anatomy of lumbar spine. Churchill livingstone.

BOGDUK, N., MACINTOSH, J.E. et PEARCY, M.J. (1992). A universal model of the lumbar back muscles in upright position. Spine, 17, 897-913.

BOGDUK, N., PEARCY, M. et HADFIELD, G. (1992). Anatomy and biomechanics of psoas major. Clin. Biomech., 7, 109-119.

BROBERG, K.B. (1981). The mechanical behaviour of the spinal system. Report of solid mechanics. Lundt Institute of Technology, Lund Sweden.

BURTON, A.K. et TILLOTSON, K.M. (1989). Is recurrent low back trouble associated with increased lumbar sagittal mobility?. J. Biomed. Eng., 11, 245-248.

CHAFFIN, D.B., REDEFERN, M.S., ERIG, M. et GOLDESTINE, S.A. (1990). Lumbar muscle size and locations from CT scans of 96 women of age 40 to 63 years. Clinical Biomechanics, 5, 9-16.

CHOLEWICKI, J., MCGILL, S.M. et NORMAN, R.W. (1995). Comparison of muscle forces and joint load from an optimization and EMG assisted lumbar spine model: Towards development of a hybrid approach. J. Biomechanics, 28, 321-331.

CHOLEWICKI, J. et MCGILL, S.M. (1996). Mechanical stability of the IN VIVO lumbar spine: Implications for injury and chronic low back pain. Clinical Biomechanics, 11, 1-15.

CRISCO III, J.J. et PANJABI, M.M. (1990). The intersegmental and multisegmental muscles of the lumbar spine – A biomechanical model comparing lateral stabilizing potential. Spine, 16, 793-799.

CRISCO III, J.J. et PANJABI, M.M. (1991). The intersegmental and multisegmental muscles of the lumbar spine. Spine, 16, 793-798.

CROWNINSHIELD, R.D. (May 1989). Use of optimization techniques to predict muscle forces. Transactions of the ASME, 100, 88-92.

DIETRICH, M., KEDZIOR, K. et ZAGRAJEK, T. (1990). Modeling of muscle action and stability of human spine. Multiple Muscle Systems: Biomechanics and Movement Organization, 27, 451-460.

DOVRAK, J., PANJABI, M.M., CHANG, D.G., THEILER, R., et GROB, D. (1991). Functional radiographic diagnostic of the lumbar spine – flexion-extension and lateral bending. Spine, 16, 562-571.

DUMAS, G.A., POULIN, M.J., ROY, B., GAGNON, M. et JOVANOVIĆ, M. (1988). A three dimensional digitization method to measure trunk muscle lines of action. Spine, 13, 532-541.

DUMAS, G.A., POULIN, M.J., ROY, B., GAGNON, M. et JOVANOVIĆ, M. (1991). Orientation and moment arms of some trunk muscles. Spine, 16, 293-303.

EL-BOHY, A.A., YANG, K.H., et KING, A.I. (1989). Experimental verification of facet load transmission by direct measurement of facet lamina contact pressure. J. Biomechanics, 22, 931-941.

FATHALLAH, F.A., MARRAS, W.s. et WRIGHT, P. (1995). Diurnal variation in trunk kinematics during a typical work shift. J. Spinal disord., 8, 20-25.

GARDNER-MORSE, M., STOCKES, A.F. et LAIBLE, J.P. (1995). Role of muscles in lumbar spine stability in maximum extension efforts. Journal of Orthopaedic Research, 13, 802-808.

GRACE, A. (1992). Optimization Toolbox for use with Matlab – User's guide. The MathWorks Inc., 2.22-2.44.

GRACOVETSKY, S. (1988). The spinal engine. Springer-Verlag, Wien, New-York, 151-152.

GOAL, V.K. et KIM, Y.E. (1989). Effects of injury on the spinal motion segment mechanics in the axial compression mode. Clin. Biomechanics, 4, 161-167.

GOAL, V.K., GOYAL, S., CLARK, C. et NISHIYAMA, K. (1985). Kinemayics of the whole lumbar spine. Effect of discecotomy. Spine, 10, 543-554.

HAN, J.S., GOEL, V.K. et KUMAR, S. (1991). A non-linear optimization force model of the lumbar spine. Int. J. Industrial Ergonomics, 8, 289-301.

HUGHES, R.E., CHAFFIN, D.B., LAVENDER, S.A. et ANDERSSON, G.B. (1994). Evaluation of muscle force prediction models of the lumbar trunk using surface electromyography. Journal of Orthopedic Research, 12, 689-698.

HUKINS, D.W.L., KIRBY, M.C., SIKORYN, T.A., ASPDEN, R.M. et COX, A.J. (1990). Comparison of structure, mechanical properties and functions of lumbar spinal ligaments. Spine, 15, 787-795.

JACKSON, R.P. et McMAHUS, A.C. Radiographic analysis of sagittal plane ligaments and balance in standing volunteers and patients with low back pain matched for age, sex and size: A prospective controlled clinical study. Spine, 19, 1611-1618.

KIEFER, A., SHIRAZI-ADL, A. et PARNIANPOUR, M. (1997). Stability of the human spine in neutral postures. Eur. Spine J., 6, 45-53.

KIEFER, A., SHIRAZI-ADL, A. et PARNIANPOUR, M. (1998). Synergy of the human spine in neutral postures. Eur. Spinal J., Accepted 1998.

KONG, W. (1995). Clinically relevant biomechanical parameters in the lumbar spine – A theoretical and IN VITRO experimental investigation. Thèse de doctorat, The University of Iowa, USA.

KROEMER, K., KROEMER, H., KROEMER-ELBERT, K. (1994). Ergonomics. Prentice Hall International series in Industrial & Systems Engineering, 291-299.

LADIN, Z., MURTHY, K.R. et DE LUCA, C.J. (1989). Mechanical recruitment of low-back muscles – Theoretical predictions and experimental validation. Spine, 14, 927-938.

LADIN, Z. et NEFF, K.M. (Nov. 1992). Testing of a biomechanical model of the lumbar muscle force distribution using quasi-static loading exercises. Transactions of the ASME, 114, 442-449.

LAIBEL, J.P., PLFLASTER, D.S., KRAG, M.H. et al. (1993). A poroelastic-swelling finite element model with application to the intervertebral disc. Spine, 5, 659-670.

LIU, Y.K., CRAMER, H. et ROSENBERG, D.U. (1973). A distribution parameter model of inertially loaded human spine: a finite difference solution. Rept. No. AMRL-TR-73-65. Aerospace Med. Res. Lab. Wright-Patterson APB, Ohio.

MACINTOSH, J.E., BOGDUK, N. et PEARCY, M.J. (1993). The effects of flexion on the geometry and actions of the lumbar erector spinae. Spine, 18, 884-893.

MACINTOSH, J.E. et BOGDUK, N. (1986). The morphology of the lumbar erector spinae. Spine, 12, 658-668.

MACINTOSH, J.E. et BOGDUK, N. (1991). The attachments of the lumbar erector spinae. Spine, 16, 783-792.

MATLAB® for Windows. (1994). Version 4.2c.1. The MathWorks, Inc.

McGILL, S.M. et NORMAN, R.W. (1986). Partitioning of the L4-L5 dynamic moment into disc, ligamentous, and muscular components during lifting. Spine, 11, 666-678.

McGILL, S.M. et NORMAN, R.W. (1987). Effects of an anatomically detailed erector spinae model on L4/L5 disc compression and shear. J. Biomechanics, 20, 591-600.

McGILL, S.M. (1991). Kinetic potential of the lumbar trunk musculature about three orthogonal orthopedic axes in extreme postures. Spine, 16, 809-815.

McGILL, S.M., SANTAGUIDA, L. et STEVENS, J. (1993). Measurement of the trunk musculature from T5 to L5 using MRI scans of 15 young males corrected for muscle fibre orientation. Clin. Biomech., 8, 171-178.

McGILL, S.M., JUKER, D. et KROPP, P. (1996). Quantitative intramuscular myoelectric activity of quadratus lumborum during a wide variety of tasks. Clin. Biomech., 11, 170-172.

MILLER, J.A., SCHULTZ, A.B., WARWICK, D.N. et SPENCER, D.L. (1986). Mechanical properties of lumbar spine motion segments under large loads. J. Biomechanics, 19, 79-84.

MIMURA, M. (1990). Rotational instability of the lumbar spine – a three-dimensional motion study using bi-plane x-ray analysis system. J. Japanese orthop. Assn., 546-559.

NACHEMSON, A. et MORIS, J. (1964). In vivo measurements of interdiscal pressure. J. Bone Joint Surg., 46A, 1077-1092.

NETTER, F.H. (1989). Atlas of human anatomy. CIBA-GEIGY, Summit, New Jersey.

NUSSBAUM, M.A. et CHAFFIN, D.B. (1996). Development and evaluation of a scalable and deformable geometric model of the human torso. Clinical Biomechanics, 11, 25-34.

OPILA, K.A., WAGNER, S.S., SCHIOWITZ, S. et CHEN, J. Postural alignment in barefoot and high-heeled stance. Spine, 13, 542-547.

PEARCY, M. et TIBREWAL, S.B. (1984). Axial rotation and lateral bending in the normal lumbar spine measured by three-dimensional radiography. Spine, 9, 582-587.

PANJABI, M.M., ALBUMI, K. et OXLAND, T.R. (1989). Spinal stability and intersegmental muscle forces – a biomechanical model. Spine, 14, 194-199.

PANJABI, M.M., YAMAMOTO, I., OXLAND, T. et CRISCO, J. (1989) How does posture affect coupling in the lumbar spine?. Spine, 14, 1002-1011.

PANJABI, M.M. (1992). The stabilizing system of the spine. Part I. Function, dysfunction, adaptation, and enhancement. Journal of Spinal Disorders, 5, 393-389.

PANJABI, M.M., OXLAND, T.R., YAMAMOTO., I. et CRISCO., J.J. (1994). Mechanical behavior of the human lumbar and lumbosacral spine as shown by three-dimensional load-displacement curves. The journal of bone and joint surgery, 76, 413-424.

PARNIANPOUR, M., NORDIN, M., KAHANOVITZ, N. et FRANKEL, V. (1988). The triaxial coupling of torque generation of trunk muscles during isometric exertions and effect of fatiguing isoinertial movements on the motor output and movement patterns. Spine, 13, 982-992.

PARNIANPOUR, M., SHIRAZI-ADL, A., HEMAMI, H et QUESADA, P. (1994). The effect of compressive load on the myoelectric activities of ten selected trunk muscles. Proceedings of the 12th Triennial Congress of the International Ergonomic Association, Toronto, 3, 119-121.

PARNIANPOUR, M., SHIRAZI-ADL, A., WANG, J.L., WILKE, H.-J. et SPARTO, P. (1996). A novel approach to quantify strength and spinal loading using optimization models. Engineering Systems Design and Analysis – ASME, 5, 63-67.

PERSALL, D.J. (1994). Segmental inertial properties of the human trunk as determined from computed tomography and magnetic resonance imagery. Thèse de doctorat, Queen's University, Canada.

PERSALL, D.J. et REID, J.G. (1994). The study of human body segment parameters in biomechanics – An historical review and current status report. Sports Med., 18, 126-140.

PLAMONDON, A. GAGNON, M. et MAURAI, G. (1988). Application of the stereo-radiographic method for the study of intervertebral motion. Spine, 13, 1027-1032.

PORTER, R.W. (1986). Management of back pain. Edinburgh: Churchill Livingstone, 170, 18-19.

PORTERFIELD, J. A. et DEROSA., C. (1991). Mechanical low back pain – Perspectives in functional anatomy. W.B. SAUNDERS COMPANY, 47-82.

REID, G.J., LIVINGTON, L.A. et PERSALL, D.J. (1994). The geometry of the psoas muscle as determined by magnetic resonance imaging. Archive of Physical Medicine Rehabilitation, 75, 703-708.

REKLAITIS, G.V., RAVINDRAN, A. et RAGSDELL, K.M. (1983). Engineering Optimization – Methods and Applications. John Wiley and Sons, 184-212.

ROBERT, S.B. et CHEN, P.H. (1970). Elastostatic analysis of the human thoracic skeleton. J. Biomech., 3, 527-545.

SCHOLTEN, P.J.M., VELDHUIZEN, A.G. et GROOTENBOER, H.J. (1988). Stability of the human spine: a biomechanical study. Clinical Biomechanics, 3, 27-33.

SCHULTZ, A.B., WARWICK, D.N., BERKSON, M.H., et NACHEMSON, A.L. (1979). Mechanical properties of human lumbar spine motion segments. Part 1: responses in flexion, extension, lateral bending, and torsion. J. Biomech. Eng., 101, 46-52.

SCHULTZ, A.B. et ANDERSSON, G.B. (1981). Analysis of loads on the lumbar spine. Spine, 6, 76-82.

SCHULTZ, A.B., ANDERSSON, G.B., ORTENGREN, R., BJORK, R. et NORDIN, M. (1982). Analysis and quantitative myoelectric measurements of loads on the lumbar spine when holding weights in standing postures. Spine, 7, 390-397.

SCHULTZ, A.B., ANDERSSON, G.B., ORTENGREN, R., HADERSPECK, K. et NACKEMSON, A. (1982). Loads on the lumbar spine – Validation of a biomechanical analysis by measurements of interdiscal pressures and myoelectric signals. J. Bone Joint Surg. [Am]., 64A, 713-720.

SCHULTZ, A.B., HADERSPECK, K. WARWICK, D. et PORTILLO, D. (1983). Use of lumbar trunk muscles in Isometric performance of mechanically complex standing tasks. J. Orthopedic Research, 1, 77-91.

SEROUSSI, R.E. et POPE, M.H. (1987). The relationship between trunk muscle electromyography and lifting moments in sagittal and frontal planes. J. Biomechanics, 20, 135-146.

SHIRAZI-ADL, A. et DROUTIN, G. (August 1988). Nonlinear gross response analysis of a lumbar motion segment in combined sagittal loadings. Transactions of the ASME, 110, 216-222.

SHIRAZI-ADL, A. et PARNIANPOUR, M. (1993). Nonlinear response analysis of the human ligamentous lumbar spine in compression. Spine, 18, 147-157.

SHIRAZI-ADL, A. (1994). Biomechanics of the lumbar spine in Sagittal/Lateral moments. Spine, 19, 2407-2414.

SHIRAZI-ADL, A. (1994). Nonlinear stress analysis of the whole lumbar spine in torsion-mechanics of facet articulation. J. Biomechanics, 27, 289-299.

SHIRAZI-ADL, A. et PARNIANPOUR. M. (1996). Finite element model studies in lumbar spine biomechanics. Biomechanics Systems Techniques and Application, Sous presse.

SHIRAZI-ADL, A. et PARNIANPOUR, M. (1996). Stabilizing role of moments and pelvic rotation on the human spine in compression. J.Biomech. Eng., 118, 26-31.

SHIRAZI-ADL, A. et PARNIANPOUR, M. (1996). Role of posture in mechanics of the lumbar spine in compression. Journal of Spinal Disorders, 9, 277-286.

SHIRAZI-ADL, A. et PARNIANPOUR, M. (1998). Effect of changes in lordosis on mechanics of the lumbar spine – Lumbar curvature in lifting. J. Spinal Disorders, Sous presse.

SHIRAZI-ADL, A. (1998). Notes personnelles.

SIMON, B.R., WU, J.S.S., CARLTON, M.W. et al. (1985). Poroelastic dynamic structural models of rhesus spinal motion segments. Spine, 10, 494-507.

STAUBESAND, J. (1990). Sobotta – Atlas of human anatomy. Volume 2: Thorax, Abdomen, Pelvis, Lower limbs. Urban & Schwarzenberg.

STOCKES, I.A.F. (1979). Analysis of symmetry of vertebral body loading consequent to lateral spinal curvature. Spine, 22, 2495-2503.

STOCKES, I.A.F. et GARDNER-MORSE, M. (1991). Analysis of the interaction between vertebral lateral deviation and axial rotation in scoliosis. J. Biomech., 24, 753-759.

STOCKES, I.A.F. et GARDNER-MORSE, M. (1995). Lumbar spine maximum efforts and muscle recruitment patterns predicted by a model with multijoint muscles and joints with stiffness. J. Biomechanics, 28, 173-186.

TAKASHIMA, S.T., SINGH, S.P., HADERSPECK, K.A. et SCHULTZ, A.B. (1979). A model for the semi-quantitative studies of muscle actions. J. Biomechanics, 12, 929-939.

TENCER, A.F., AHMED, A.M., et BURKE, D.L. (1982). Some static mechanical properties of the lumbar intervertebral joint, intact and injured. J. Biomech. Eng., 104, 193-201.

THELEN, D.G., SCHULTZ, A.B., FASSOIS, S.D., et ASHTON-MILLER, J.A. (1994). Identification of dynamic myoelectric signal-to-force models during isometric lumbar muscle contractions. Journal of Biomechanics, 27, 907-919.

TIMOSHENKO, S.P. et GERE, J.M. (1966). Théorie de la stabilité élastique. Dunod, Paris, 46-161 & 250-275.

TKACZUK, H. (1968). Tensile properties of human longitudinal ligaments. Acta Orthop. Scand., 115, 1-69.

TRACY, M.F., GIBSON, M.J., SZYPRYT, E.P., RUTHERFORD, A. et CORLETT, E.N. (1989). The geometry of the muscles of the lumbar spine determined by magnetic resonance imaging. Spine, 11, 185-193.

Van DIEËN, J.H. (1997). Are recruitment patterns of the trunk musculature compatible with a synergy based on the maximization of the endurance?. J. Biomechanics, 30, 1095-1100.

VANNEUVILLE, G., GARCIER, J.M., POUMARAT, G., GUILLOT, M. et CHAZAL, J. Mechanisms of orientation of the pelvifemoral base during static loading of the lumbar spine in weight-lifters. Surg. Radiol. Anat., 14, 29-33.

VINET, P. (1996). Manuel de l'utilisateur pour l'application OPTIM pour le cours MEC6302: Design optimal de systèmes mécaniques. Projet de fin d'études, École Polytechnique de Montréal, Canada.

WILKE, H-J., CLAES, L., SCHMITT, H. et WOLF, S. (1994). A universal spine tester for in vitro experiments with muscle force simulated. European Spine J., 3, 91-97.

YAMAMOTO, I., PANJABI, M.M., CRISCO, T. et OXLAND, T. (1989). Three-dimensional movements of the whole lumbar spine and lumbosacral joint. Spine, 14, 1256-1260.

ANNEXE I**ANATOMIE DU SYSTÈME ACTIF-PASSIF
DE LA COLONNE LOMBAIRE HUMAINE :
RECUEIL DE FIGURES⁶**

⁶ Ce recueil est basé principalement sur les travaux de Bogduk et Twomey (1987).

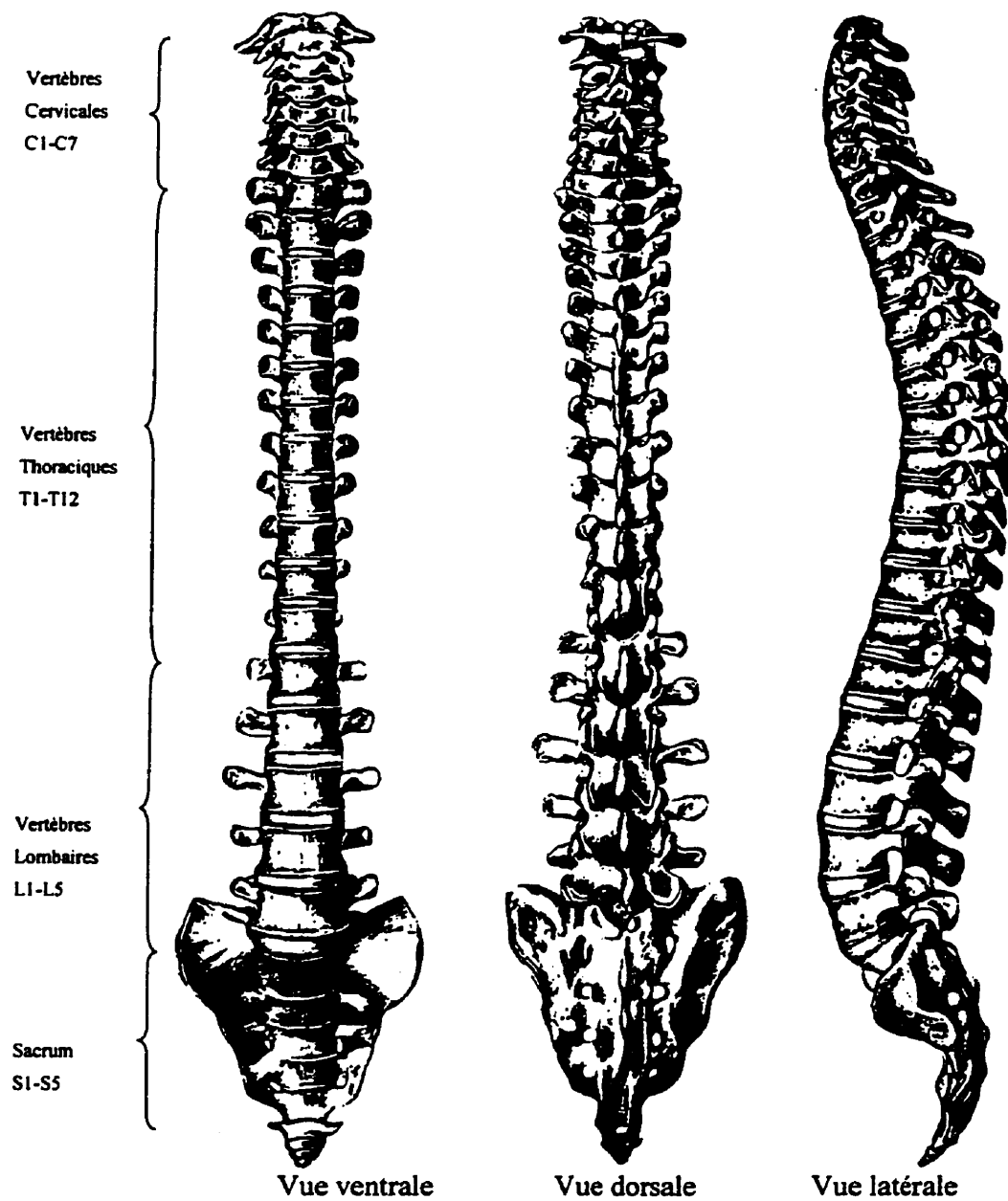


Figure A1.1. La colonne vertébrale humaine (vertèbres et disques).

D'après Sobotta, 1990).

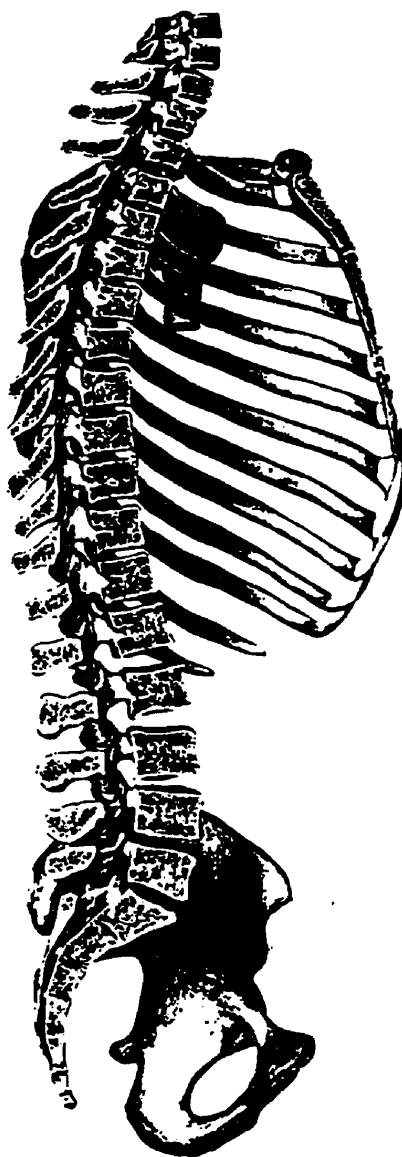


Figure A1.2. Coupe médiane du tronc squelettique montrant le coté intérieur gauche
(D'après Sobotta, 1990).

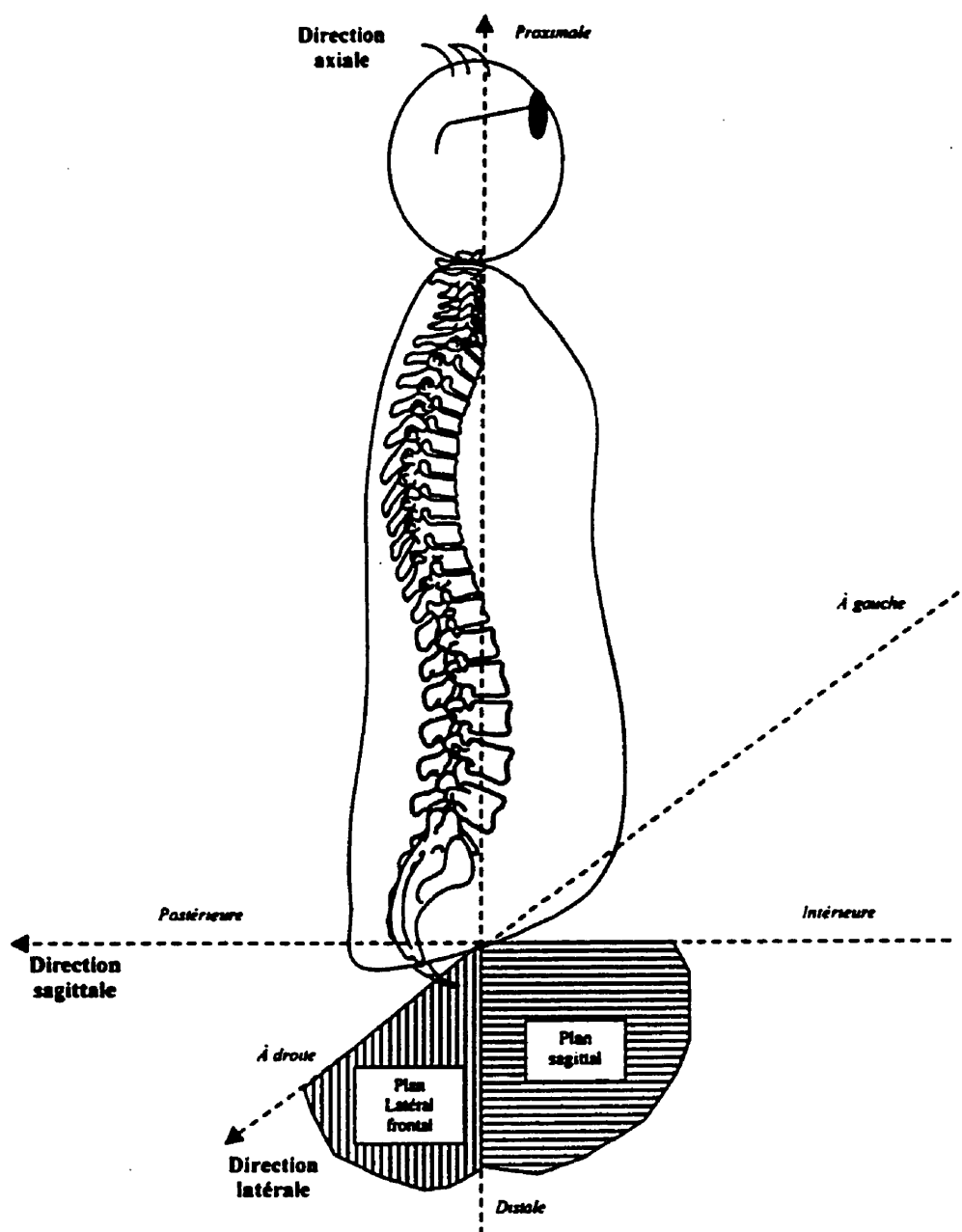


Figure A1.3. Identification des sens des mouvements de la colonne vertébrale par rapport au corps humain.

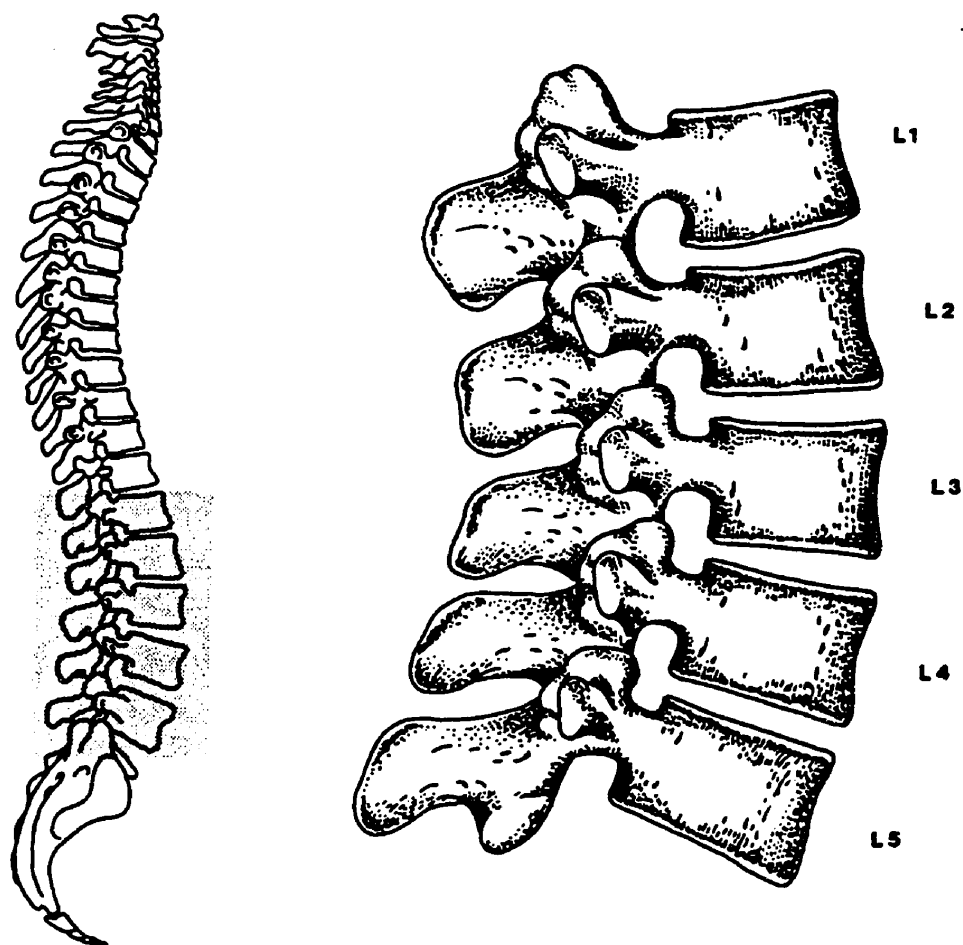


Figure A1.4. Situation de la partie lombaire dans la colonne vertébrale humaine.

Identification des vertèbres respectivement par rapport à leurs positions.

(D'après Bogduk et Twomey, 1987).

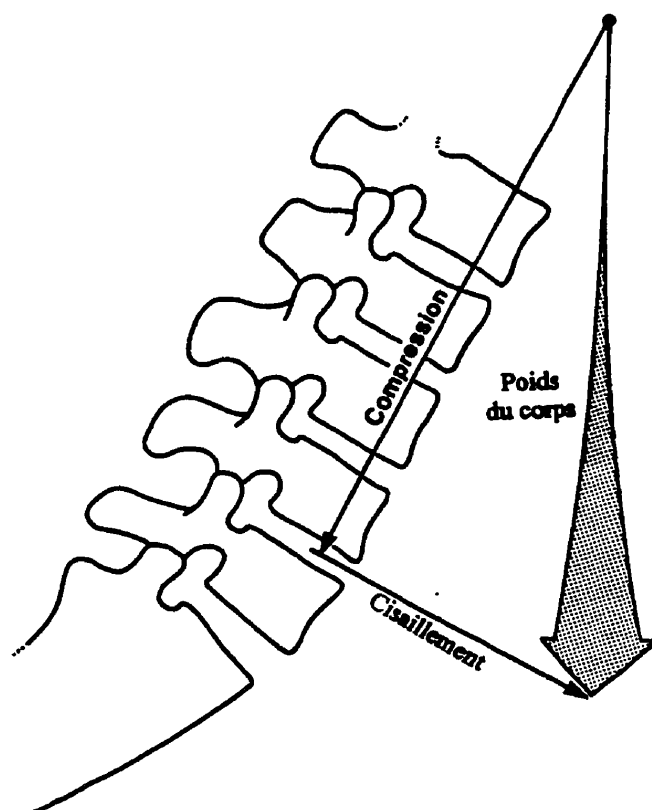


Figure A1.5. Transfert de charge durant la flexion sagittale de la colonne lombaire.
(D'après Bogduk et Twomey, 1987).

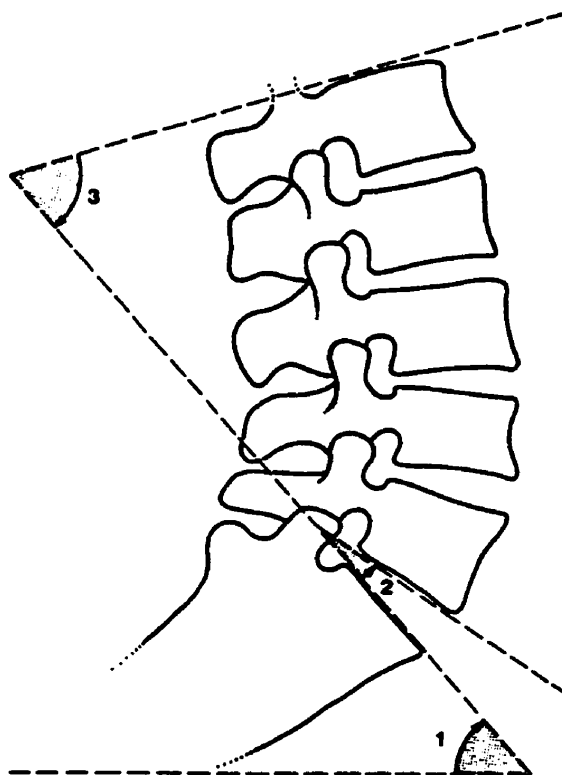


Figure A1.6. Angles utilisés pour décrire la colonne lombaire.

- 1 : Angle formé par le plateau supérieur du sacrum et le plan horizontal, valeur moyenne=50°.**
- 2 : Angle entre le plateau inférieur de L5 et le plateau supérieur du Sacrum, valeur moyenne=16°.**
- 3 : Angle entre le plateau supérieur de L1 et le plateau supérieur de S1, utilisé pour mesurer lordose lombaire, valeur moyenne=70°.**

(D'après Bogduk et Twomey, 1987).

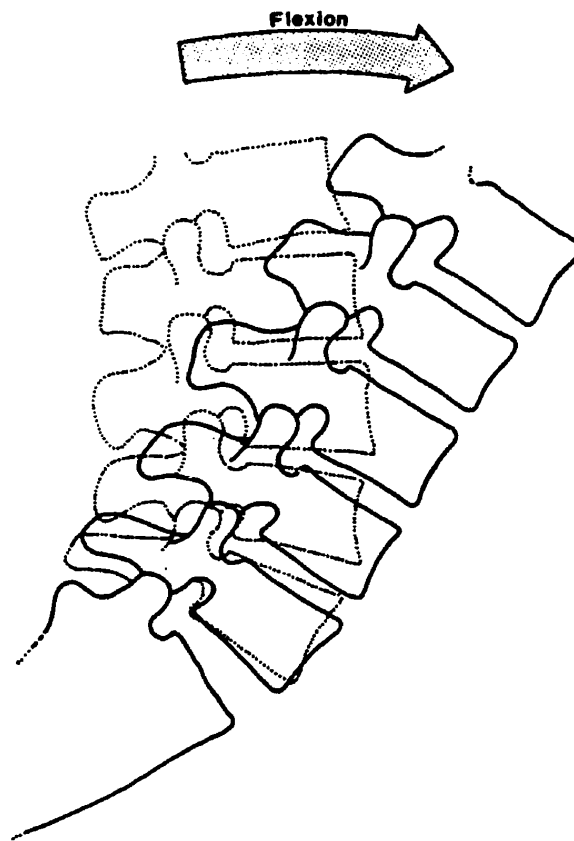
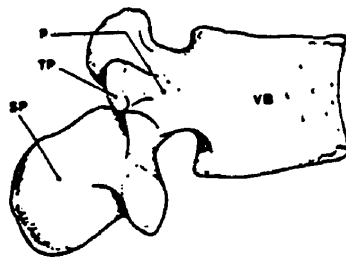
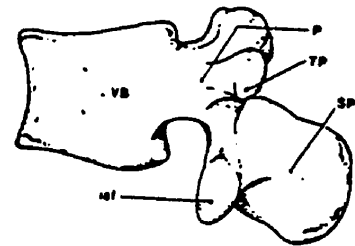


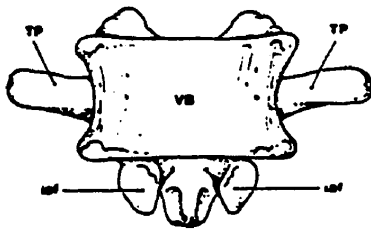
Figure A1.7. Changement de la lordose lombaire durant la flexion.
(D'après Bogduk et Twomey, 1987).



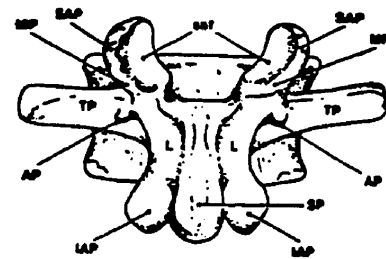
A. Vue de droite



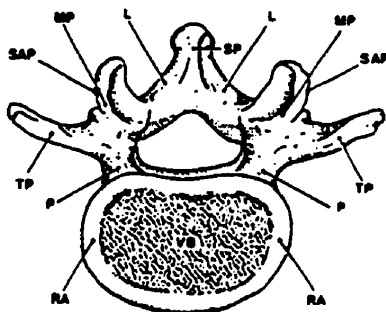
B. Vue de gauche



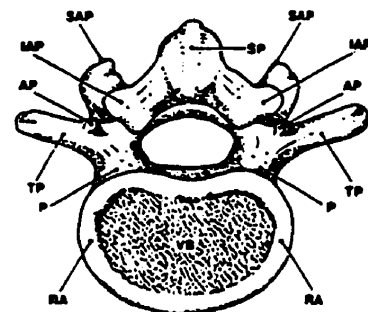
C. Vue intérieure



D. Vue postérieure



E. Vue du haut



F. Vue du bas

Figure A1.8. Vertèbre lombaire typique (D'après Bogduk et Twomey, 1987).

VB : Corps de la vertèbre, P : Pédicule, TP : Apophyse transverse, SP : Apophyse épineuse, L : Lame, SAP : Apophyse articulaire supérieur, IAP : Apophyse articulaire inférieur, saf : Facette d'articulation supérieure, iaf : facette d'articulation inférieure, MP : Apophyse mamillaire, AP : Apophyse accessoire.

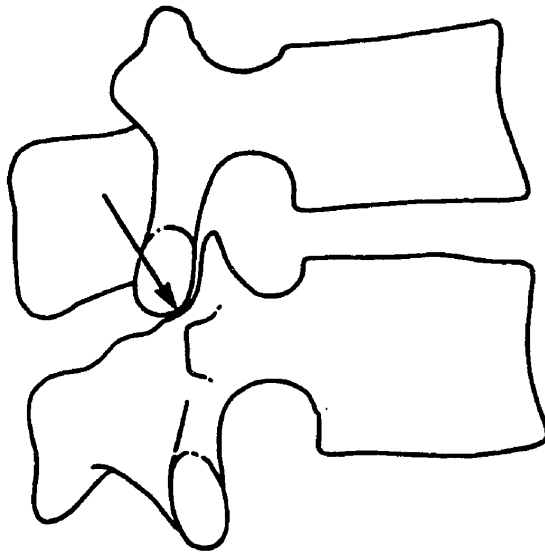
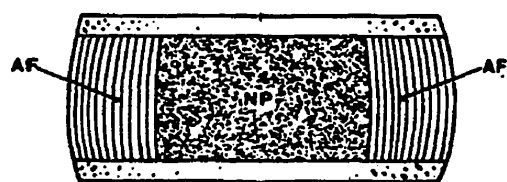
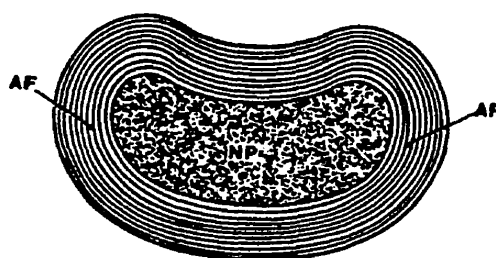


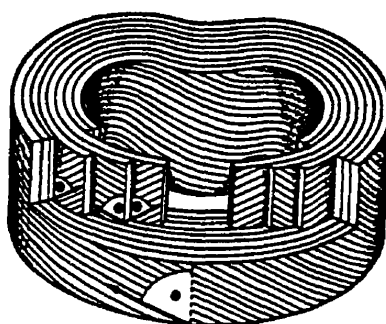
Figure A1.9. Mécanisme de transfert de charge par les facettes des vertèbres.
(D'après Bogduk et Twomey, 1987).



A. Section coronale du disque.



B. Section transversale du disque.



C. Empilement de lamelles dans l'anneau composite du disque.

Figure A1.10. Structure du disque intervertébral.

AF : Anneau composite constitué de lamelles de fibres de collagène orientées à angles θ .

NP : Noyau composé à 80% de fluide incompressible.

(D'après Bogduk et Twomey, 1987).

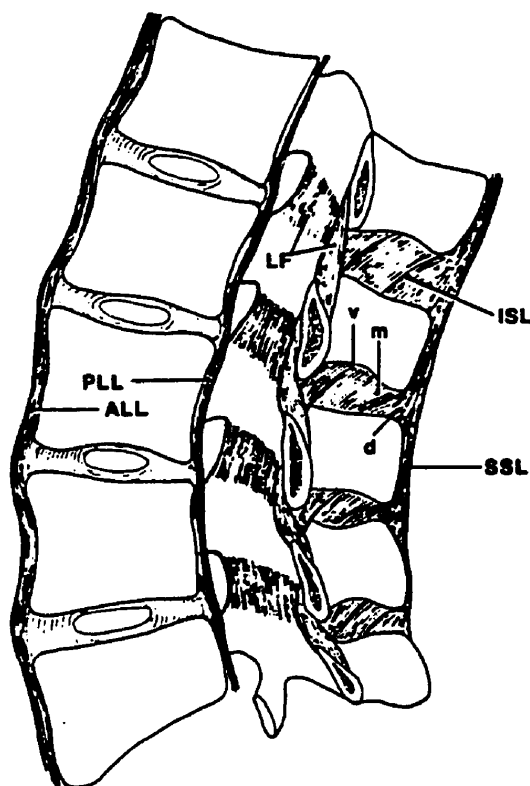
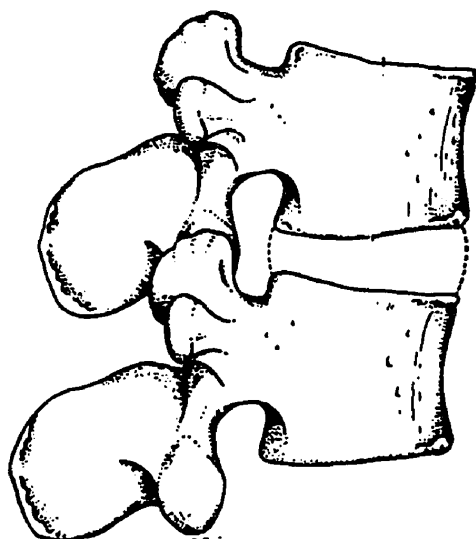
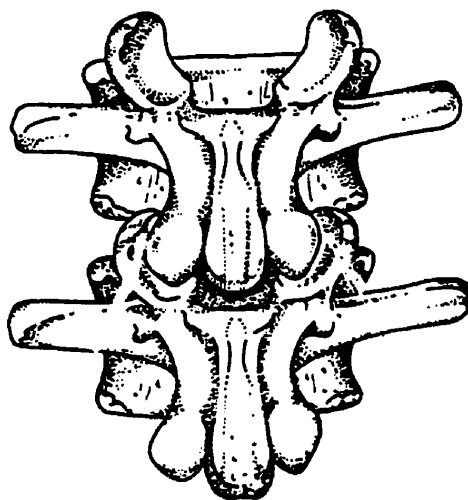


Figure A1.11. Ligaments de la colonne lombaire humaine - Section sagittale de la colonne lombaire.

ALL : Anterior Longitudinal Ligament – PLL : Posterior Longitudinal Ligament
SSL : Supraspinous Ligament – ISL : Interspinous Ligament – LF : Ligamentum flavum
v : partie ventrale – m : partie centrale – d : partie dorsale
(D'après Bogduk et Twomey, 1987).



A. Vue latérale.

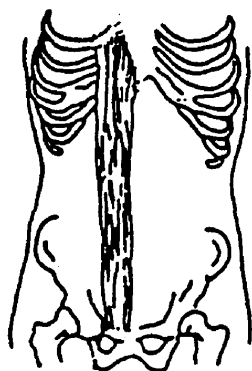


B. Vue postérieure.

Figure A1.12. Segment fonctionnel de la colonne lombaire humaine.

Mécanismes d'articulation et de contact entre les facettes.

(D'après Bogduk et Twomey, 1987).



RECTUS ABDOMINIS



OBLIQUUS EXTERNUS



OBLIQUUS INTERNUS



TRANSVERSUS ABDOMINIS

Figure A1.13. Architectures des muscles globaux intérieures.

(D'après Dumas et al., 1991).

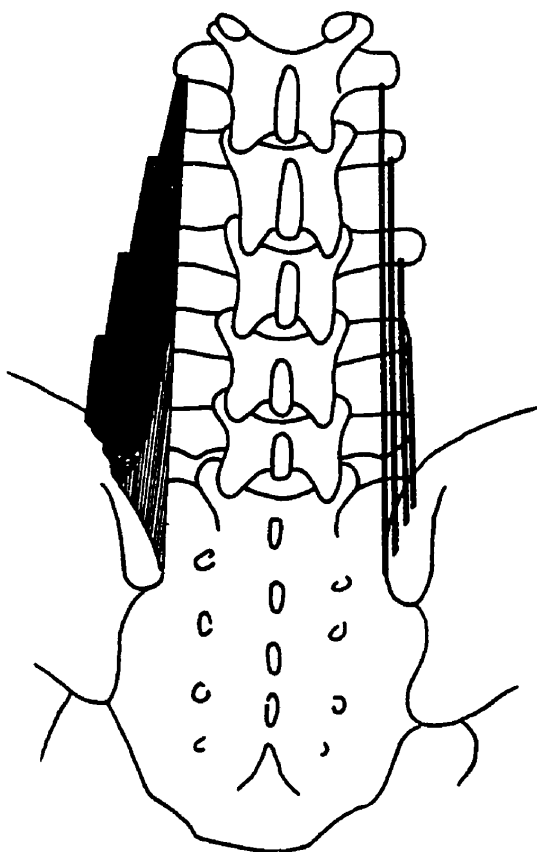
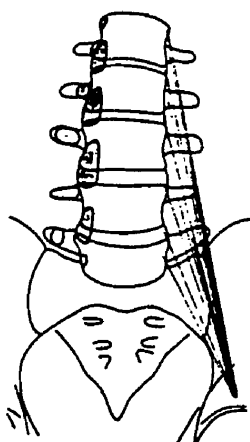
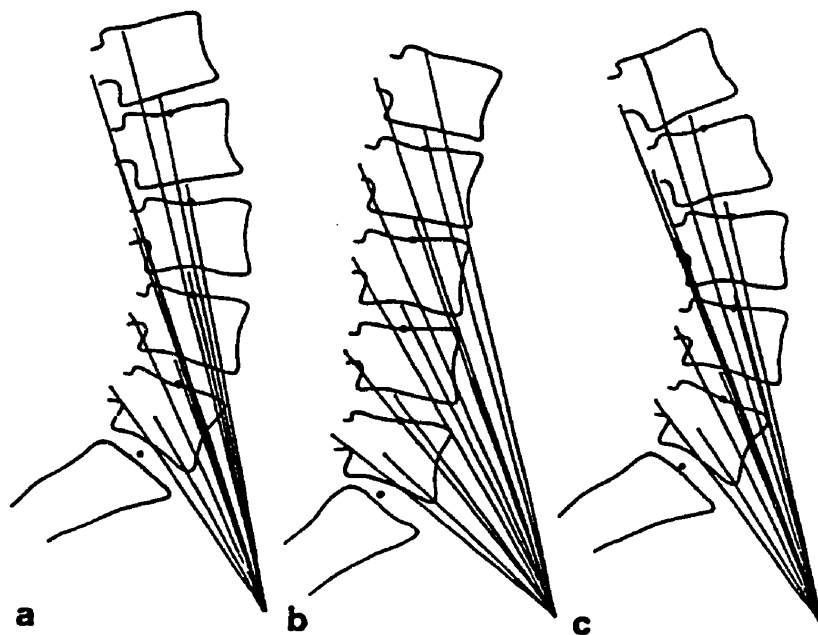


Figure A1.14. Architecture des muscles Iliocostalis lumborum pars lumborum (IC) attachés à la colonne lombaire humaine.

(D'après Bogduk et Twomey, 1987).



A. Vue intérieure.



B. Vue sagittale. a) Posture neutre, b) Posture en flexion, c) Posture en extension

**Figure A1.15. Architecture des muscles Iliopsoas (IP)
attachés à la colonne lombaire humaine.**

(D'après Bogduk et al., 1992).

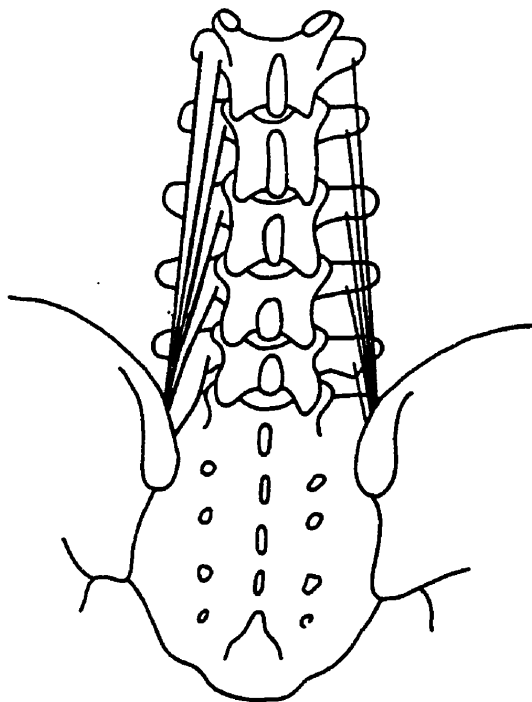


Figure A1.16. Architecture des muscles Longissimis thoracic pars lumborum (LT) attachés à la colonne lombaire humaine.
(D'après Bogduk et Twomey, 1987).

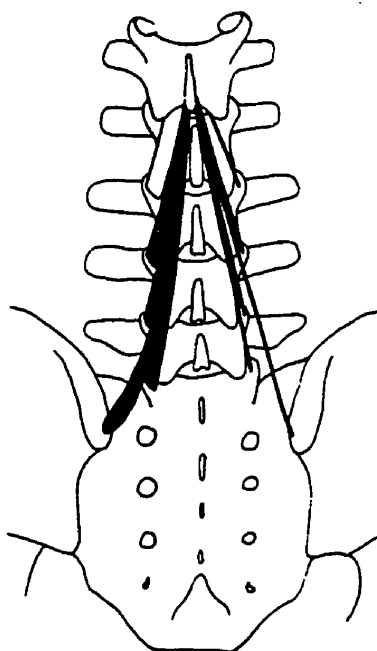


Figure A1.17. Architecture des muscles Multifidus (MF) attachés à la colonne lombaire humaine.

(D'après Bogduk et Twomey, 1987).



Figure A1.18. Architecture des muscles *Quadratus lumborum* (QL) attachés à la colonne lombaire humaine. (D'après Dumas et al., 1991).

ANNEXE II

FIGURES AYANT SERVIS POUR LA DÉTERMINATION DU MODÈLE ANALYTIQUE DE LA RIGIDITÉ EN ROTATIONS SAGITTALES DE LA COLONNE LOMBAIRE

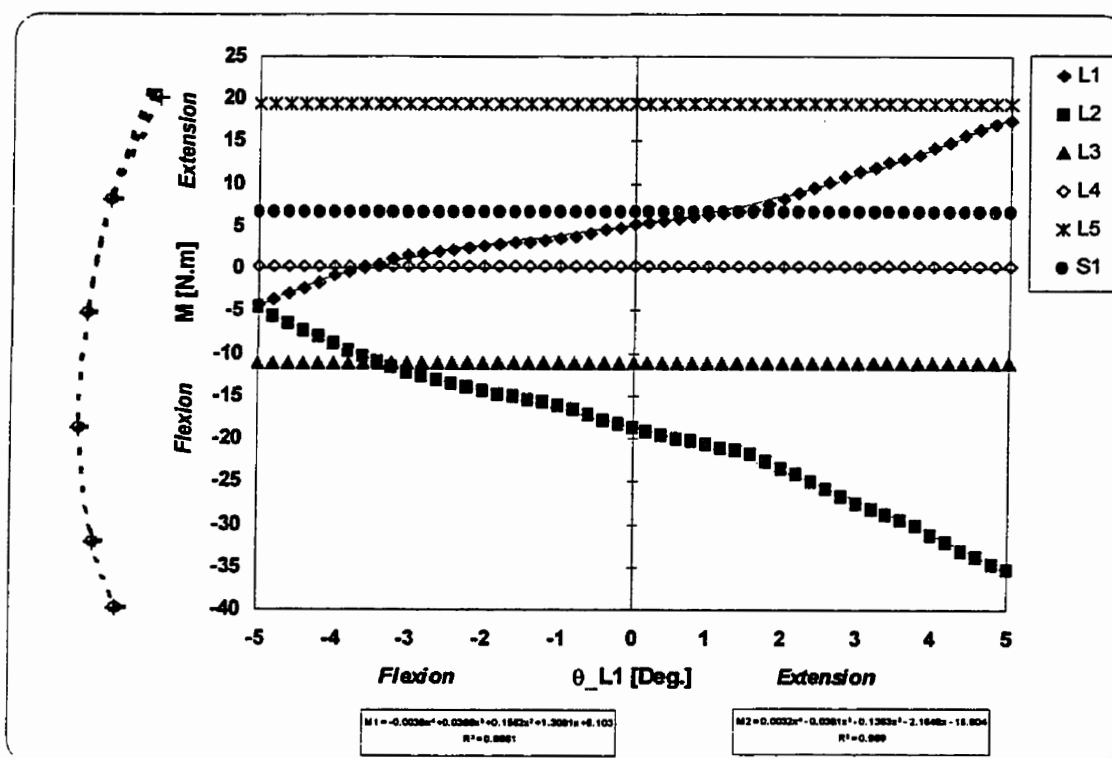


Figure A2.1. Variations des moments à chaque niveau de la colonne lombaire sous la charge totale de 2800N pour une rotation sagittale de la vertèbre L1 ($-5^\circ \leq \theta \leq 5^\circ$).

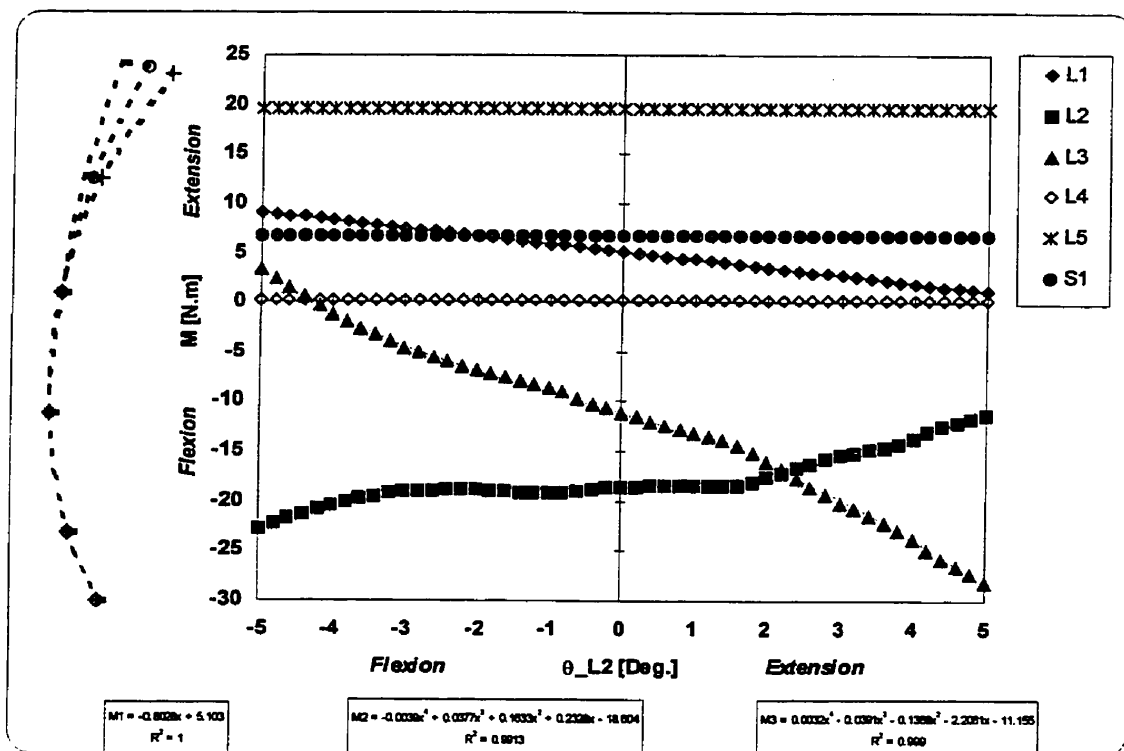


Figure A2.2. Variations des moments à chaque niveau de la colonne lombaire sous la charge totale de 2800N pour une rotation sagittale de la vertèbre L2 ($-5^\circ \leq \theta \leq 5^\circ$).

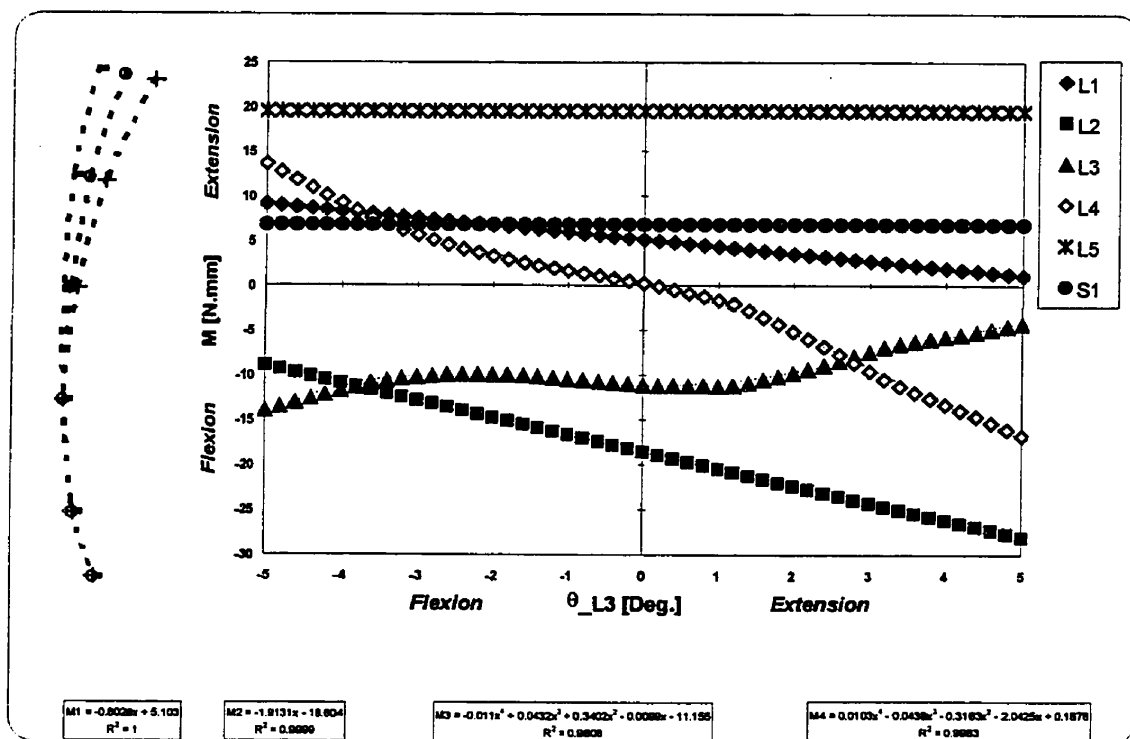


Figure A2.3. Variations des moments à chaque niveau de la colonne lombaire sous la charge totale de 2800N pour une rotation sagittale de la vertèbre L3 ($-5^\circ \leq \theta \leq 5^\circ$).

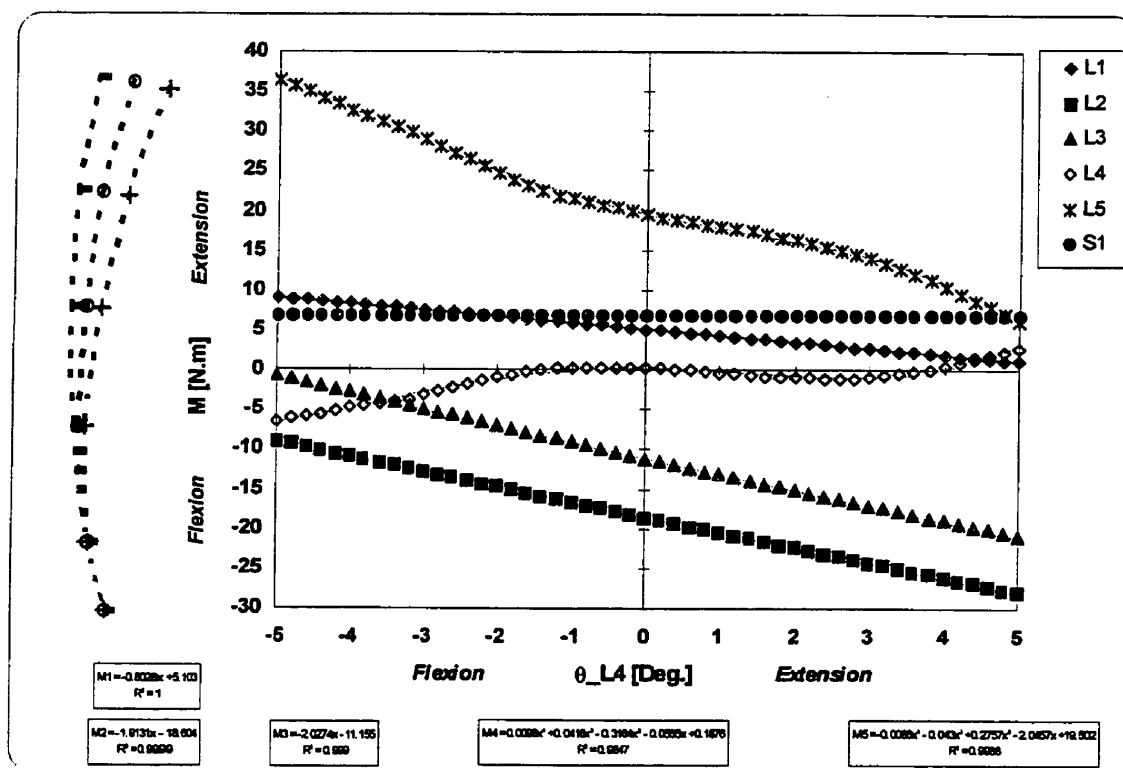


Figure A2.4. Variations des moments à chaque niveau de la colonne lombaire sous la charge totale de 2800N pour une rotation sagittale de la vertèbre L4 ($-5^\circ \leq \theta \leq 5^\circ$).

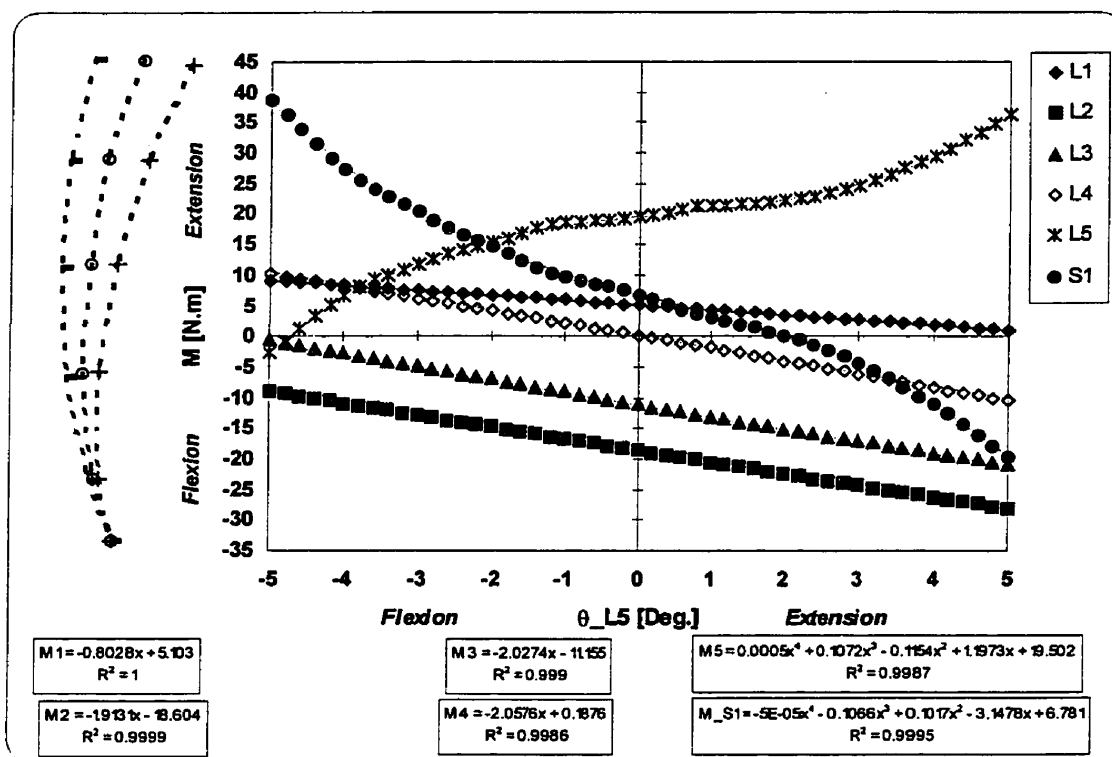


Figure A2.5. Variations des moments à chaque niveau de la colonne lombaire sous la charge totale de 2800N pour une rotation sagittale de la vertèbre L5 ($-5^\circ \leq \theta \leq 5^\circ$).

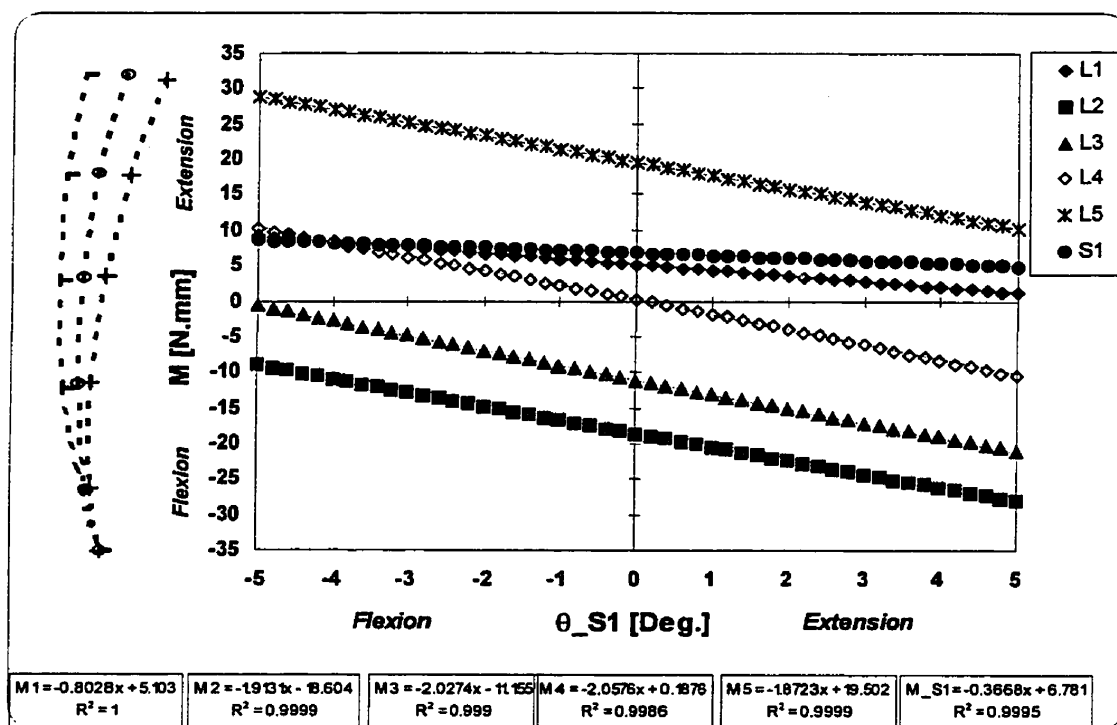


Figure A2.6. Variations des moments à chaque niveau de la colonne lombaire sous la charge totale de 2800N pour une rotation sagittale du sacrum ($-5^\circ \leq \theta \leq 5^\circ$).

ANNEXE III

EXEMPLE DE FICHIER DE DONNÉES ABAQUS DU SYSTÈME PASSIF DE LA COLONNE LOMBAIRE HUMAINE

Ce fichier est relatif à la simulation d'une rotation en flexion de la colonne lombaire supportant une charge de 2800N.

Distribution du chargement : 80% sur L1, 5% sur L2, 5% sur L3, 5% sur L4, 5% sur L5

Rotations totales imposées : 38° sur L1, 34° sur L2, 27° sur L3, 18° sur L4 et 7° sur L5

```
*RESTART,WRITE,FREQUENCY=1
**
*****
** Centres des vertèbres: 2, 6, 10, 14, 18
** Centres des disques: 4, 8, 12, 16, 20
*****
**
*NODE,NSET=NCOLON
**
1, 12.12, 2.06, 184.6
**
2, 8.50, 2.06, 171.98
**
3, 2.67, 2.05, 160.2
4, 1.375, 2.075, 154.825
5, 0.08, 2.10, 149.45
**
6, -1.70, 2.25, 136.46
**
7, -3.48, 2.40, 123.46
8, -4.795, 2.43, 117.54
9, -6.11, 2.46, 111.62
**
10, -6.92, 1.92, 98.94
**
11, -7.73, 1.38, 86.25
12, -8.19, 1.53, 79.77
13, -8.65, 1.68, 73.29
**
14, -8.78, 1.51, 60.33
**
15, -8.91, 1.35, 47.36
16, -8.255, 1.685, 40.585
17, -7.60, 2.02, 33.81
**
18, -5.47, 0.30, 22.44
**
19, -3.34, -1.43, 10.06
20, -1.67, -0.7515, 5.03
21, 0.00, 0.00, 0.00
*****
** Points d'application des gravites
*****
**
*NODE,NSET=NG
**L1
101, -17.96, 0.00, 171.98
**L2
102, -25.86, 0.00, 136.46
```

```
**L3
103, -28.19, 0.00, 98.94
**L4
104, -26.59, 0.00, 60.33
**L5
105, -19.23, 0.00, 22.44
*****
** Elements: Vertebres=Rigides
*****
*****L1
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=L11
211,1,2
*RIGID BODY,ELSET=L11,REF NODE=2
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=L12
212,2,3
*RIGID BODY,ELSET=L12,REF NODE=2
**
*****L2
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=L21
221,5,6
*RIGID BODY,ELSET=L21,REF NODE=6
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=L22
222,6,7
*RIGID BODY,ELSET=L22,REF NODE=6
**
*****L3
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=L31
231,9,10
*RIGID BODY,ELSET=L31,REF NODE=10
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=L32
232,10,11
*RIGID BODY,ELSET=L32,REF NODE=10
**
*****L4
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=L41
241,13,14
*RIGID BODY,ELSET=L41,REF NODE=14
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=L42
242,14,15
*RIGID BODY,ELSET=L42,REF NODE=14
**
*****L5
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=L51
251,17,18
*RIGID BODY,ELSET=L51,REF NODE=18
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=L52
252,18,19
*RIGID BODY,ELSET=L52,REF NODE=18
**
```

```

*ELSET,ELSET=EVERT
L11,L12,L21,L22,L31,L32,L41,L42,L51,L52
**
*****
** ELEMENTS: CONNECTIONS RIGIDES
VERTEBRES_APPLICATIONS DES GRAVITES
*****
** GRAVITE L1
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=EL1G
1,2,101
*RIGID BODY,ELSET=EL1G,REF NODE=2
**
**GRAVITES L2-L5
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=EL2G
2,6,102
*RIGID BODY,ELSET=EL2G,REF NODE=6
**
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=EL3G
3,10,103
*RIGID BODY,ELSET=EL3G,REF NODE=10
**
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=EL4G
4,14,104
*RIGID BODY,ELSET=EL4G,REF NODE=14
**
*ELEMENT,TYPE=RB3D2,ELSET=EL5G
5,18,105
*RIGID BODY,ELSET=EL5G,REF NODE=18
**
*ELSET,ELSET=ELG
EL1G,EL2G,EL3G,EL4G,EL5G
*****
**ELEMENTS: DISQUES=3-NODES QUADRATIC
TIMOSHENKO's BEAM
*****
*****D13
**
*ELEMENT,TYPE=B32,ELSET=D13
113,3,4,5
*BEAM GENERAL
SECTION,SECTION=NONLINEAR
GENERAL,ELSET=D13
1310,102422,0.,102422,204844
*TRANSVERSE SHEAR STIFFNESS
14187.75,14187.75
**
*AXIAL,ELASTIC
-4516. ,-0.193634
-3932. ,-0.173459
-3364. ,-0.159051
-2864. ,-0.140228
-2268. ,-0.119775
-1658. ,-0.097408
-1074. ,-0.070916
-627. ,-0.045802
-307. ,-0.024306
-100.5,-0.008333
0. , 0.

100.5, 0.008333
307. , 0.024306
627. , 0.045802
**LATERAL BENDING
*M1,ELASTIC
-60000.,-2.4265E-2
-50000.,-2.2089E-2
-40000.,-1.9670E-2
-30000.,-1.6687E-2
-25000.,-1.4994E-2
-20000.,-1.3382E-2
-15000.,-1.0754E-2
-12000.,-9.0934E-3
-9000.,-7.0942E-3
-6000.,-4.9982E-3
-3000.,-2.5958E-3
-1000.,-8.5453E-4
0. , 0.
1000., 8.5453E-4
3000., 2.5958E-3
6000., 4.9982E-3
9000., 7.0942E-3
12000., 9.0934E-3
15000., 1.0754E-2
20000., 1.3382E-2
25000., 1.4994E-2
30000., 1.6687E-2
40000., 1.9670E-2
50000., 2.2089E-2
60000., 2.4265E-2
**FLEX/0/EXT
*M2,ELASTIC
-100000.,-2.5796E-2
-60000.,-1.9993E-2
-50000.,-1.8542E-2
-40000.,-1.6607E-2
-30000.,-1.4350E-2
-25000.,-1.3060E-2
-20000.,-1.1609E-2
-15000.,-9.9963E-3
-10000.,-7.9003E-3
-6000.,-6.1268E-3
-3000.,-4.0308E-3
-1000.,-1.5639E-3
0. , 0.
1000., 1.5801E-3
2000., 2.0960E-3
4000., 3.0634E-3
6000., 4.0308E-3
8000., 4.8369E-3
10000., 5.6431E-3
12000., 6.4492E-3
15000., 8.5453E-3
20000., 1.0319E-2
25000., 1.1286E-2
30000., 1.2415E-2

```

```

**AXIAL TORQUE
*TORQUE,ELASTIC
-60000.,-9.0451E-3
-50000.,-7.7713E-3
-40000.,-6.5621E-3
-30000.,-5.3690E-3
-25000.,-4.8047E-3
-20000.,-4.2404E-3
-15000.,-3.5471E-3
-12000.,-3.1440E-3
-9000.,-2.7087E-3
-6000.,-2.2250E-3
-3000.,-1.5317E-3
-1000.,-9.3514E-4
0.,0.
1000.,9.3514E-4
3000.,1.5317E-3
6000.,2.2250E-3
9000.,2.7087E-3
12000.,3.1440E-3
15000.,3.5471E-3
20000.,4.2404E-3
25000.,4.8047E-3
30000.,5.3690E-3
40000.,6.5621E-3
50000.,7.7713E-3
60000.,9.0451E-3
**
*****D14
**
*ELEMENT,TYPE=B32,ELSET=D14
114,7,8,9
*BEAM GENERAL
SECTION,SECTION=NONLINEAR
GENERAL,ELSET=D14
1385,114486,0.,114486,228971
*TRANSVERSE SHEAR STIFFNESS
15000,15000
**
*AXIAL,ELASTIC
-4516.,-0.183148
-3932.,-0.166904
-3364.,-0.150439
-2864.,-0.132634
-2268.,-0.113289
-1658.,-0.092133
-1074.,-0.067076
-627.,-0.043322
-307.,-0.022989
-100.5,-0.007882
0.,0.
100.5,0.007882
307.,0.022989
627.,0.043322
**LATERAL BENDING
*M1,ELASTIC
-60000.,-2.1708E-2
-50000.,-1.9761E-2
-40000.,-1.7453E-2
-30000.,-1.4929E-2
-25000.,-1.3415E-2
-20000.,-1.1972E-2
-15000.,-9.6210E-3
-12000.,-8.1352E-3
-9000.,-6.3467E-3
-6000.,-4.4715E-3
-3000.,-2.3223E-3
-1000.,-7.6448E-4
0.,0.
1000.,7.6448E-4
3000.,2.3223E-3
6000.,4.4715E-3
9000.,6.3467E-3
12000.,8.1352E-3
15000.,9.6210E-3
20000.,1.1972E-2
25000.,1.3415E-2
30000.,1.4929E-2
40000.,1.7453E-2
50000.,1.9761E-2
60000.,2.1708E-2
**FLEX/0/EXT
*M2,ELASTIC
-100000.,-2.3078E-2
-60000.,-1.7886E-2
-50000.,-1.6588E-2
-40000.,-1.4857E-2
-30000.,-1.2837E-2
-25000.,-1.1684E-2
-20000.,-1.0385E-2
-15000.,-8.9430E-3
-10000.,-7.0679E-3
-6000.,-5.4812E-3
-3000.,-3.6061E-3
-1000.,-1.3991E-3
0.,0.
1000.,1.4136E-3
2000.,1.8751E-3
4000.,2.7406E-3
6000.,3.6061E-3
8000.,4.3273E-3
10000.,5.0485E-3
12000.,5.7697E-3
15000.,7.6448E-3
20000.,9.2315E-3
25000.,1.0097E-2
30000.,1.1107E-2
**AXIAL TORQUE
*TORQUE,ELASTIC
-60000.,-8.0920E-3
-50000.,-6.9525E-3
-40000.,-5.8707E-3
-30000.,-4.8033E-3
-25000.,-4.2984E-3
-20000.,-3.7936E-3
-15000.,-3.1733E-3
-12000.,-2.8127E-3
-9000.,-2.4233E-3

```



```

-6000.,-1.9905E-3
-3000.,-1.3703E-3
-1000.,-8.366E-4
0., 0.
1000., 8.3660E-4
3000., 1.3703E-3
6000., 1.9905E-3
9000., 2.4233E-3
12000., 2.8127E-3
15000., 3.1733E-3
20000., 3.7936E-3
25000., 4.2984E-3
30000., 4.8033E-3
40000., 5.8707E-3
50000., 6.9525E-3
60000., 8.0920E-3
**
*****D15
**
*ELEMENT,TYPE=B32,ELSET=D15
115,11,12,13
*BEAM GENERAL
SECTION,SECTION=NONLINEAR
GENERAL,ELSET=D15
1425,121194,0.,121194,242388
*TRANSVERSE SHEAR STIFFNESS
15433.2,15433.2
**
*AXIAL,ELASTIC
-4516.,-0.178007
-3932.,-0.162219
-3364.,-0.146216
-2864.,-0.128911
-2268.,-0.110109
-1658.,-0.089547
-1074.,-0.065193
-627.,-0.042106
-307.,-0.022344
-100.5,-0.007661
0., 0.
100.5, 0.007661
307., 0.022344
627., 0.042106
**LATERAL BENDING
*M1,ELASTIC
-60000.,-2.0507E-2
-50000.,-1.8667E-2
-40000.,-1.6623E-2
-30000.,-1.4103E-2
-25000.,-1.2672E-2
-20000.,-1.1309E-2
-15000.,-9.0884E-3
-12000.,-7.6849E-3
-9000.,-5.9953E-3
-6000.,-4.2240E-3
-3000.,-2.1938E-3
-1000.,-7.2217E-4
0., 0.
1000., 7.2217E-4
3000., 2.1938E-3
6000., 4.2240E-3
9000., 5.9953E-3
12000., 7.6849E-3
15000., 9.0884E-3
20000., 1.1309E-2
25000., 1.2672E-2
30000., 1.4103E-2
40000., 1.6623E-2
50000., 1.8667E-2
60000., 2.0507E-2
**FLEX/0/EXT
*M2,ELASTIC
-100000.,-2.18005E-2
-60000.,-1.6896E-2
-50000.,-1.5670E-2
-40000.,-1.4035E-2
-30000.,-1.2127E-2
-25000.,-1.1037E-2
-20000.,-9.8106E-3
-15000.,-8.4480E-3
-10000.,-6.6766E-3
-6000.,-5.1778E-3
-3000.,-3.4064E-3
-1000.,-1.3217E-3
0., 0.
1000., 1.3353E-3
2000., 1.7714E-3
4000., 2.5889E-3
6000., 3.4064E-3
8000., 4.0877E-3
10000., 4.7690E-3
12000., 5.4503E-3
15000., 7.2217E-3
20000., 8.7205E-3
25000., 9.5381E-3
30000., 1.0492E-2
**AXIAL TORQUE
*TORQUE,ELASTIC
-60000.,-7.6441E-3
-50000.,-6.5676E-3
-40000.,-5.5457E-3
-30000.,-4.5374E-3
-25000.,-4.0605E-3
-20000.,-3.5836E-3
-15000.,-2.9977E-3
-12000.,-2.6570E-3
-9000.,-2.2891E-3
-6000.,-1.8804E-3
-3000.,-1.2945E-3
-1000.,-7.9030E-4
0., 0.
1000., 7.9030E-4
3000., 1.2945E-3
6000., 1.8804E-3
9000., 2.2891E-3
12000., 2.6570E-3
15000., 2.9977E-3
20000., 3.5836E-3

```

```

25000., 4.0605E-3
30000., 4.5374E-3
40000., 5.5457E-3
50000., 6.5676E-3
60000., 7.6441E-3
**
*****D16
**
*ELEMENT,TYPE=B32,ELSET=D16
116,15,16,17
*BEAM GENERAL
SECTION,SECTION=NONLINEAR
GENERAL,ELSET=D16
1455,126351,0.,126351,252701
*TRANSVERSE SHEAR STIFFNESS
15758.1,15758.1
**
*AXIAL,ELASTIC
-4516., -0.174337
-3932., -0.158874
-3364., -0.143201
-2864., -0.126253
-2268., -0.107839
-1658., -0.087701
-1074., -0.063849
-627., -0.041237
-307., -0.021883
-100.5, -0.007503
0., 0.
100.5, 0.007503
307., 0.021883
627., 0.041237
**LATERAL BENDING
*M1,ELASTIC
-60000., -1.9670E-2
-50000., -1.7905E-2
-40000., -1.5945E-2
-30000., -1.3527E-2
-25000., -1.2155E-2
-20000., -1.0848E-2
-15000., -8.7175E-3
-12000., -7.3713E-3
-9000., -5.7507E-3
-6000., -4.0516E-3
-3000., -2.1042E-3
-1000., -6.9269E-4
0., 0.
1000., 6.9269E-4
3000., 2.1042E-3
6000., 4.0516E-3
9000., 5.7507E-3
12000., 7.3713E-3
15000., 8.7175E-3
20000., 1.0848E-2
25000., 1.2155E-2
30000., 1.3527E-2
40000., 1.5945E-2
50000., 1.7905E-2
60000., 1.9670E-2

**FLEX/0/EXT
*M2,ELASTIC
-100000., -2.0911E-2
-60000., -1.6206E-2
-50000., -1.5030E-2
-40000., -1.3462E-2
-30000., -1.1632E-2
-25000., -1.0586E-2
-20000., -9.4102E-3
-15000., -8.1032E-3
-10000., -6.4042E-3
-6000., -4.9665E-3
-3000., -3.2674E-3
-1000., -1.2678E-3
0., 0.
1000., 1.2808E-3
2000., 1.6991E-3
4000., 2.4832E-3
6000., 3.2674E-3
8000., 3.9209E-3
10000., 4.5744E-3
12000., 5.2279E-3
15000., 6.9269E-3
20000., 8.3646E-3
25000., 9.1488E-3
30000., 1.0064E-2
40000., 1.1894E-2
**
**AXIAL TORQUE
*TORQUE,ELASTIC
-60000., -7.3321E-3
-50000., -6.2996E-3
-40000., -5.3194E-3
-30000., -4.3522E-3
-25000., -3.8948E-3
-20000., -3.4373E-3
-15000., -2.8753E-3
-12000., -2.5486E-3
-9000., -2.1957E-3
-6000., -1.8036E-3
-3000., -1.2416E-3
-1000., -7.5804E-4
0., 0.
1000., 7.5804E-4
3000., 1.2416E-3
6000., 1.8036E-3
9000., 2.1957E-3
12000., 2.5486E-3
15000., 2.8753E-3
20000., 3.4373E-3
25000., 3.8948E-3
30000., 4.3522E-3
40000., 5.3194E-3
50000., 6.2996E-3
60000., 7.3321E-3
**

```

```

*****D17
**
*ELEMENT,TYPE=B32,ELSET=D17
117,19,20,21
*BEAM GENERAL
SECTION,SECTION=NONLINEAR
GENERAL,ELSET=D17
1555,144315,0.,144315,288630
*TRANSVERSE SHEAR STIFFNESS
16841.1,16841.1
**
*AXIAL,ELASTIC
-4516. ,-0.163126
-3932. ,-0.148657
-3364. ,-0.133992
-2864. ,-0.118134
-2268. ,-0.100904
-1658. ,-0.082061
-1074. ,-0.059743
-627. ,-0.038586
-307. ,-0.020476
-100.5,-0.007021
0. , 0.
100.5, 0.007021
307. , 0.020476
627. , 0.038586
**LATERAL BENDING
*M1,ELASTIC
-60000.,-1.7221E-2
-50000.,-1.5677E-2
-40000.,-1.3960E-2
-30000.,-1.1843E-2
-25000.,-1.0642E-2
-20000.,-9.4975E-3
-15000.,-7.6323E-3
-12000.,-6.4537E-3
-9000.,-5.0348E-3
-6000.,-3.5473E-3
-3000.,-1.8423E-3
-1000.,-6.0647E-4
0. , 0.
1000., 6.0647E-4
3000., 1.8423E-3
6000., 3.5473E-3
9000., 5.0348E-3
12000., 6.4537E-3
15000., 7.6323E-3
20000., 9.4975E-3
25000., 1.0642E-2
30000., 1.1843E-2
40000., 1.3960E-2
50000., 1.5677E-2
60000., 1.7221E-2
**FLEX/O/EXT
*M2,ELASTIC
-100000.,-1.8308E-2
-60000., -1.4189E-2
-50000., -1.3159E-2
-40000., -1.1786E-2
-30000., -1.0184E-2
-25000., -9.2686E-3
-20000., -8.2388E-3
-15000., -7.0945E-3
-10000., -5.6070E-3
-6000., -4.3482E-3
-3000., -2.8607E-3
-1000., -1.1099E-3
0. , 0.
1000., 1.1214E-3
2000., 1.4876E-3
4000., 2.1741E-3
6000., 2.8607E-3
8000., 3.4328E-3
10000., 4.0050E-3
12000., 4.5771E-3
15000., 6.0647E-3
20000., 7.3234E-3
25000., 8.0099E-3
30000., 8.8109E-3
40000., 1.0413E-2
**AXIAL TORQUE
*TORQUE,ELASTIC
-60000.,-6.4194E-3
-50000.,-5.5154E-3
-40000.,-4.6572E-3
-30000.,-3.8104E-3
-25000.,-3.4099E-3
-20000.,-3.0094E-3
-15000.,-2.5174E-3
-12000.,-2.2313E-3
-9000.,-1.9224E-3
-6000.,-1.5791E-3
-3000.,-1.0871E-3
-1000.,-6.6368E-4
0. , 0.
1000., 6.6368E-4
3000., 1.0871E-3
6000., 1.5791E-3
9000., 1.9224E-3
12000., 2.2313E-3
15000., 2.5174E-3
20000., 3.0094E-3
25000., 3.4099E-3
30000., 3.8104E-3
40000., 4.6572E-3
50000., 5.5154E-3
60000., 6.4194E-3
**

```

```

*ELSET,ELSET=EDISC
D13,D14,D15,D16,D17
*****
*NSET,NSET=ALL
NCOLON,NG
*ELSET,ELSET=ALL
EVERT,EDISC,ELG
*****
*NSET,NSET=VERT,GEN
2,18,4
*NSET,NSET=DISQ,GEN
4,20,4
**
*****STEP 1: LOAD_(Pz)=2800N
*BOUNDARY
21,1,6
VERT,4,6
**
*STEP,INC=500,NLGEOM
*STATIC
1.,25.,1E-19,1
**
*CLOAD
**Pz=2800N
** Pz=2554.96 N
2, 3, -2240
6, 3, -140
10, 3, -140
14, 3, -140
18, 3, -140
*END STEP
●●
*****STEP2: Rot.
*STEP,INC=500,NLGEOM
*STATIC
1.,25.,1E-19,1
**
*BOUNDARY,OP=NEW,TYPE=DISPLACEMENT
2, 5,5,-.663225
6, 5,5,-.593412
10,5,5,-.471239
14,5,5,-.314159
18,5,5,-.122173
VERT,4
21,1,6
**
*END STEP

```

ANNEXE IV

EXEMPLES DE FICHIERS RÉSULTATS PAR L'UTILISATION DU PROGRAMME D'OPTIMISATION MATLAB/SQP

Ce fichier est relatif à la détermination des rotations sagittales qui minimisent la fonction f_{POSTURE_3} pour $m=0.2\text{Nm}$

Identification des variables : Rotations sagittales des vertèbres lombaires.

$$x(1)=\theta_{L1}, \quad x(2)=\theta_{L2}, \quad x(3)=\theta_{L3}, \quad x(4)=\theta_{L4}, \quad x(5)=\theta_{L5}, \quad x(6)=\theta_{L6}.$$

Méthode SQP

Nombre de variables du système : 6

Critère d'arrêt sur les variables du système : 1e-012

Critère d'arrêt sur la valeur de la fonction : 1e-012

Critère d'arrêt sur les contraintes : 1e-012

Nombre de contraintes égalité : 0

Nombre maximum d'itérations permises : 800

Point de départ :

$$x_0 = -4.0000 \quad -3.0000 \quad -2.0000 \quad -1.0000 \quad -4.0000 \quad 4.0000$$

Limites inférieures sur les variables :

$$v_{lb} = -5 \quad -5 \quad -5 \quad -5 \quad -5 \quad -5$$

Limites supérieures sur les variables :

$$v_{ub} = 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5$$

Fonction à optimiser : $f_{\text{POSTURE}_j} = \sum_{i=L1}^{L5} M_i(\theta_j)$ avec $j = L1 \dots S1$

$$\begin{aligned} f = & 5.103 - 18.604 + 11.155 + 0.1876 + 19.502 \\ & + 1e-3 * (-3.7714 * x(1)^4 + 36.624 * x(1)^3 + 156.2 * x(1)^2 + 1309.1 * x(1) \\ & - 802.82 * (x(2) + x(3) + x(4) + x(5) + x(6))) \\ & + 3.1731 * x(1)^4 - 38.086 * x(1)^3 - 136.31 * x(1)^2 - 2164.8 * x(1) \\ & - 3.8917 * x(2)^4 + 37.679 * x(2)^3 + 163.32 * x(2)^2 + 232.79 * x(2) \\ & - 1913.1 * (x(3) + x(4) + x(5) + x(6))) \\ & + 3.2354 * x(2)^4 - 39.145 * x(2)^3 - 136.85 * x(2)^2 - 2206.1 * x(2) \\ & - 10.989 * x(3)^4 + 43.226 * x(3)^3 + 340.22 * x(3)^2 - 9.8634 * x(3) \\ & - 2027.4 * (x(4) + x(5) + x(6))) \\ & + 10.291 * x(3)^4 - 43.766 * x(3)^3 - 316.25 * x(3)^2 - 2042.5 * x(3) \\ & + 9.7801 * x(4)^4 + 41.815 * x(4)^3 - 316.36 * x(4)^2 - 56.518 * x(4) \\ & - 2057.6 * (x(5) + x(6))) \\ & - 8.6409 * x(4)^4 - 42.952 * x(4)^3 + 275.72 * x(4)^2 - 2045.7 * x(4) \\ & + 0.4953 * x(5)^4 + 107.19 * x(5)^3 - 115.36 * x(5)^2 + 1197.3 * x(5) \\ & - 1872.3 * x(6)); \end{aligned}$$

Contraintes associées : $M_i \geq 0.2 \text{ Nm}$ et $-5^\circ \leq \theta_j \leq 5^\circ$ pour $i = L1 \dots L5$ et $j = L1 \dots S1$

$$\begin{aligned} g(1) = & -(5.103 + 1e-3 * (-3.7714 * x(1)^4 + 36.624 * x(1)^3 + 156.2 * x(1)^2 + 1309.1 * x(1) \\ & - 802.82 * (x(2) + x(3) + x(4) + x(5) + x(6)))) + 0.2; \\ g(2) = & -(18.604 + 1e-3 * (3.1731 * x(1)^4 - 38.086 * x(1)^3 - 136.31 * x(1)^2 - 2164.8 * x(1) \\ & - 3.8917 * x(2)^4 + 37.679 * x(2)^3 + 163.32 * x(2)^2 + 232.79 * x(2) \\ & - 1913.1 * (x(3) + x(4) + x(5) + x(6)))) + 0.2; \\ g(3) = & -(11.155 + 1e-3 * (3.2354 * x(2)^4 - 39.145 * x(2)^3 - 136.85 * x(2)^2 - 2206.1 * x(2) \\ & - 10.989 * x(3)^4 + 43.226 * x(3)^3 + 340.22 * x(3)^2 - 9.8634 * x(3) \\ & - 2027.4 * (x(4) + x(5) + x(6)))) + 0.2; \\ g(4) = & -(0.1876 + 1e-3 * (10.291 * x(3)^4 - 43.766 * x(3)^3 - 316.25 * x(3)^2 - 2042.5 * x(3) \\ & + 9.7801 * x(4)^4 + 41.815 * x(4)^3 - 316.36 * x(4)^2 - 56.518 * x(4) \\ & - 2057.6 * (x(5) + x(6)))) + 0.2; \\ g(5) = & -(19.502 + 1e-3 * (-8.6409 * x(4)^4 - 42.952 * x(4)^3 + 275.72 * x(4)^2 - 2045.7 * x(4) \\ & + 0.4953 * x(5)^4 + 107.19 * x(5)^3 - 115.36 * x(5)^2 + 1197.3 * x(5) - 1872.3 * x(6))) + 0.2; \\ g(6) = & -x(1) - 5; g(7) = x(1) - 5; g(8) = -x(2) - 5; g(9) = x(2) - 5; g(10) = x(3) - 5; g(11) = -x(3) - 5; \\ g(12) = & x(4) - 5; g(13) = -x(4) - 5; g(14) = x(5) - 5; g(15) = -x(5) - 5; g(16) = x(6) - 5; g(17) = -x(6) - 5; \end{aligned}$$

0
0
0
0
0
0
0
0
0
0

Nombre d'itérations effectuées : 50

Valeur finale de la fonction : 1

Valeurs finales des variables :

[$\theta_{L1} = -4.99999491289183$
 $\theta_{L2} = -3.07238097657192$
 $\theta_{L3} = -0.616216673716177$
 $\theta_{L4} = -2.02260538207754$
 $\theta_{L5} = -4.42922892089887$
 $\theta_{s1} = 4.32019488826128$]

Ce fichier est relatif à l'itération finale de l'algorithme de détermination des forces musculaires qui minimisent la somme des contraintes cubiques au niveau L1

Identification des variables : Forces musculaires au niveau L1.

$$x(1)=F_{\text{mus_IC}}, \quad x(2)=F_{\text{mus_IP}}, \quad x(3)=F_{\text{mus_LT}}, \quad x(4)=F_{\text{mus_MF}}, \quad x(5)=F_{\text{mus_QL}}.$$

Méthode SQP

Nombre de variables du système : 5

Critère d'arrêt sur les variables du système : 1e-008

Critère d'arrêt sur la valeur de la fonction : 1e-008

Critère d'arrêt sur les contraintes : 1e-008

Nombre de contraintes égalité : 1

Nombre maximum d'itérations permises : 8000

Point de départ :

$$x0 = \begin{matrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{matrix}$$

Limites inférieures sur les variables :

$$v_{lb} = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

Limites supérieures sur les variables :

$$v_{ub} = \begin{matrix} 43.2 & 176 & 31.6 & 36 & 40 \end{matrix}$$

Fonction à optimiser : $\sum_{i=1}^5 (F_{\text{mus}} / A_{\text{mus}})_i^3$

$$f=(x(1)/108)^3+(x(2)/440)^3+(x(3)/79)^3+(x(4)/90)^3+(x(5)/100)^3;$$

Contraintes associées : $\sum_{i=1}^5 M(F_{mus})_i = M_{L1}$; $(F_{mus})_i \geq 0$ et $(\sigma_{mus})_i \leq 0.4 \text{ N/mm}^2$ pour $i=1...5$

$g(1)=23.811*x(1)+13.461*x(2)+22.81*x(3)+72.771*x(4)+29.094*x(5)-542$;
 $g(2)=-x(1)$; $g(3)=-x(2)$; $g(4)=-x(3)$; $g(5)=-x(4)$; $g(6)=-x(5)$;
 $g(7)=x(1)-43.2$; $g(8)=x(2)-176$; $g(9)=x(3)-31.6$; $g(10)=x(4)-36$; $g(11)=x(5)-40$;

Gradient de la fonction :

f-COUNT	FUNCTION	MAX{g}	STEP Procedures
6	0.000650694	267.735	1
12	0.000284939	0.0000615862	1 mod Hess
18	0.000284929	3.6141e-010	1 mod Hess
24	0.000151486	1.79826e-006	1 mod Hess
30	0.000143757	7.7307e-012	1 mod Hess
36	0.000142777	2.467e-011	1 mod Hess
42	0.000142755	2.45564e-011	1 mod Hess
48	0.000142755	2.44427e-011	1 mod Hess

.....

952	0.000087405	6.66205e-011	1 mod Hess
959	0.000087405	6.66205e-011	0.5 mod Hess(2)
965	0.000087405	6.66205e-011	1 mod Hess(2)
971	0.000087405	6.66205e-011	1 mod Hess
977	0.000087405	6.66205e-011	1 mod Hess
978	0.000087405	6.66205e-011	1 mod Hess

Optimization Converged Successfully

Active Constraints:

ans =1

Valeurs des multiplicateurs de Lagrange :

Lambda =
 1.0e-006 *
 0.4894
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0

0
0
0
0
0
0
0

Nombre d'itérations effectuées : 978

Valeur finale de la fonction : 0.000087405

Valeurs finales des variables :

[**F_IC = 2.19643847659623**

F_IP = 13.577428064377

F_LT = 1.34747114345951

F_MF = 2.9297295450155

F_QL = 2.16538388522101]